



Coimisiún na Scrúduithe Stáit
State Examinations Commission

Scrúdú na hArdteistiméireachta, 2025

Matamaitic

Páipéar 1

Ardleibhéal

Dé hAoine 6 Meitheamh Tráthnóna 2:00 - 4:30

300 marc

Scrúduimhir

----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------

Dáta Breithe

		/			/		
----------------------	----------------------	---	----------------------	----------------------	---	----------------------	----------------------

Scríobh 3 Feabhra 2005
mar 03 02 05, mar shampla

Stampa an Ionaid

--

Ná scríobh ar an leathanach seo

Treoracha

Tá **dhá** roinn sa scrúdpháipéar seo.

Roinn A	Coincheapa agus Scileanna	150 marc	6 cheist
Roinn B	Comhthéacsanna agus Feidhmeanna	150 marc	4 cheist

Freagair ceisteanna mar a leanas:

- **cúig cheist ar bith** as Roinn A – Coincheapa agus Scileanna
- **trí cheist ar bith** as Roinn B – Comhthéacsanna agus Feidhmeanna.

Scríobh do Scrúduimhir sa bhosca ar an gclúdach tosaigh.

Scríobh do chuid freagraí le peann gorm nó le peann dubh.

Ní ceadmhach peann luaidhe a úsáid ach amháin sna graif agus sna léaráidí.

Déanfar an leabhrán scrúdaithe seo a scanadh agus is ar scáileán a chuirfear do chuid oibre i láthair an scrúdaitheora. Féadfaidh sé nach bhfeicfidh an scrúdaitheoir aon rud a scríobhfaidh tú taobh amuigh de bhoscaí na bhfreagraí.

Scríobh na freagraí go léir sa leabhrán seo. Tá spás le haghaidh obair bhreise i gcúl an leabhráin. Má theastaíonn an spás sin uait, lipéadaigh aon obair bhreise go soiléir le huimhir na ceiste agus leis an gcuid den cheist.

Tabharfaidh an feitheoir cóip den leabhrán *Foirmlí agus Táblaí* duit. Ní mór duit é a thabhairt ar ais ag deireadh an scrúdaithe. Níl cead agat do chóip féin a thabhairt isteach sa scrúdú.

Ní tharraingítear na léaráidí de réir scála de ghnáth.

Caillfidh tú marcanna mura mbíonn obair thacaíochta ábhartha san áireamh sna réitigh a dhéanann tú.

Féadfaidh sé go gcaillfidh tú marcanna mura mbíonn na haonaid tomhais chuí san áireamh agat, de réir mar a oireann.

Féadfaidh sé go gcaillfidh tú marcanna mura mbíonn do fhreagraí san fhoirm is simplí agat, de réir mar a oireann.

Scríobh déanamh agus múnla d'áireamhá(i)n anseo:

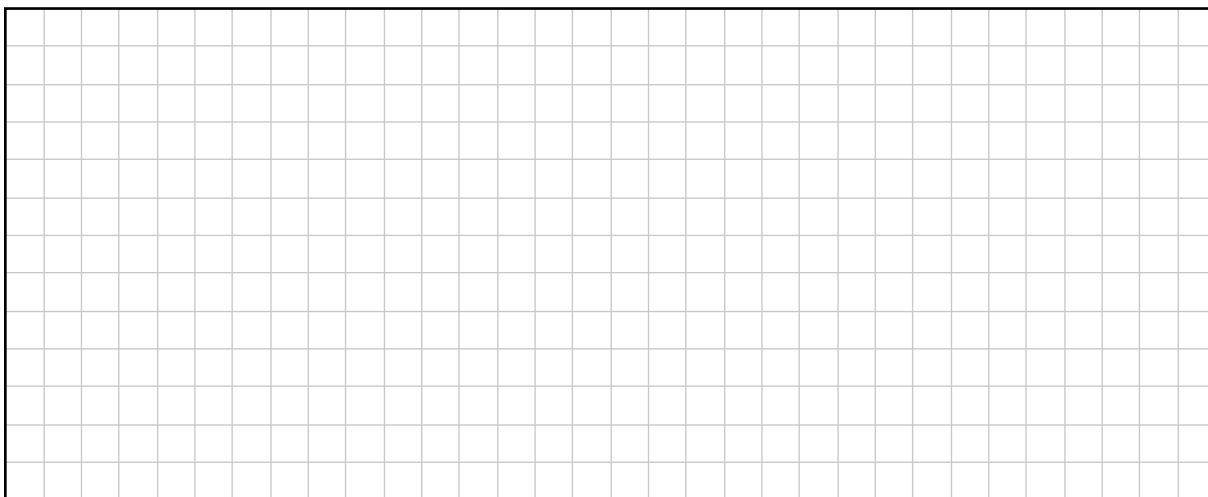
--

Freagair **cúig cheist ar bith** as an roinn seo.

Ceist 1**(30 marc)**

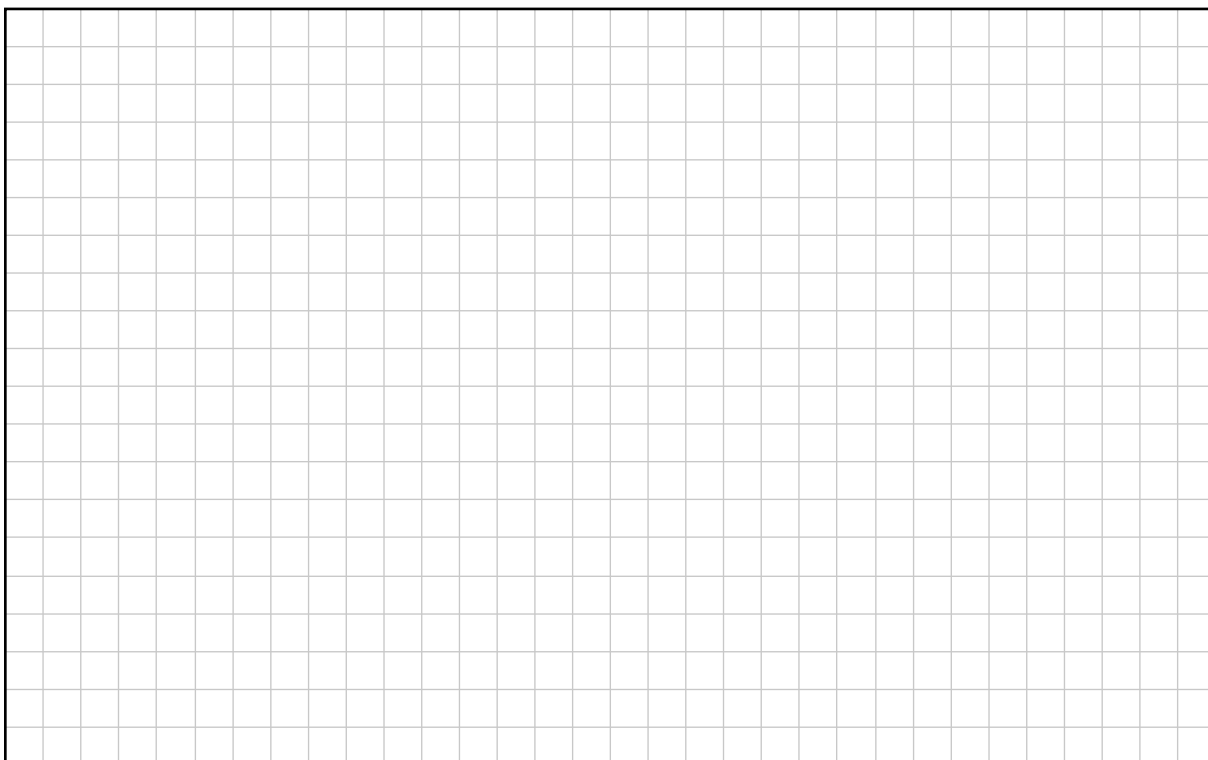
(a) Réitigh an éagothromóid seo a leanas le haghaidh $x \in \mathbb{R}$:

$$|x - 3| \leq 12$$



(b) Iolraigh amach agus simpligh:

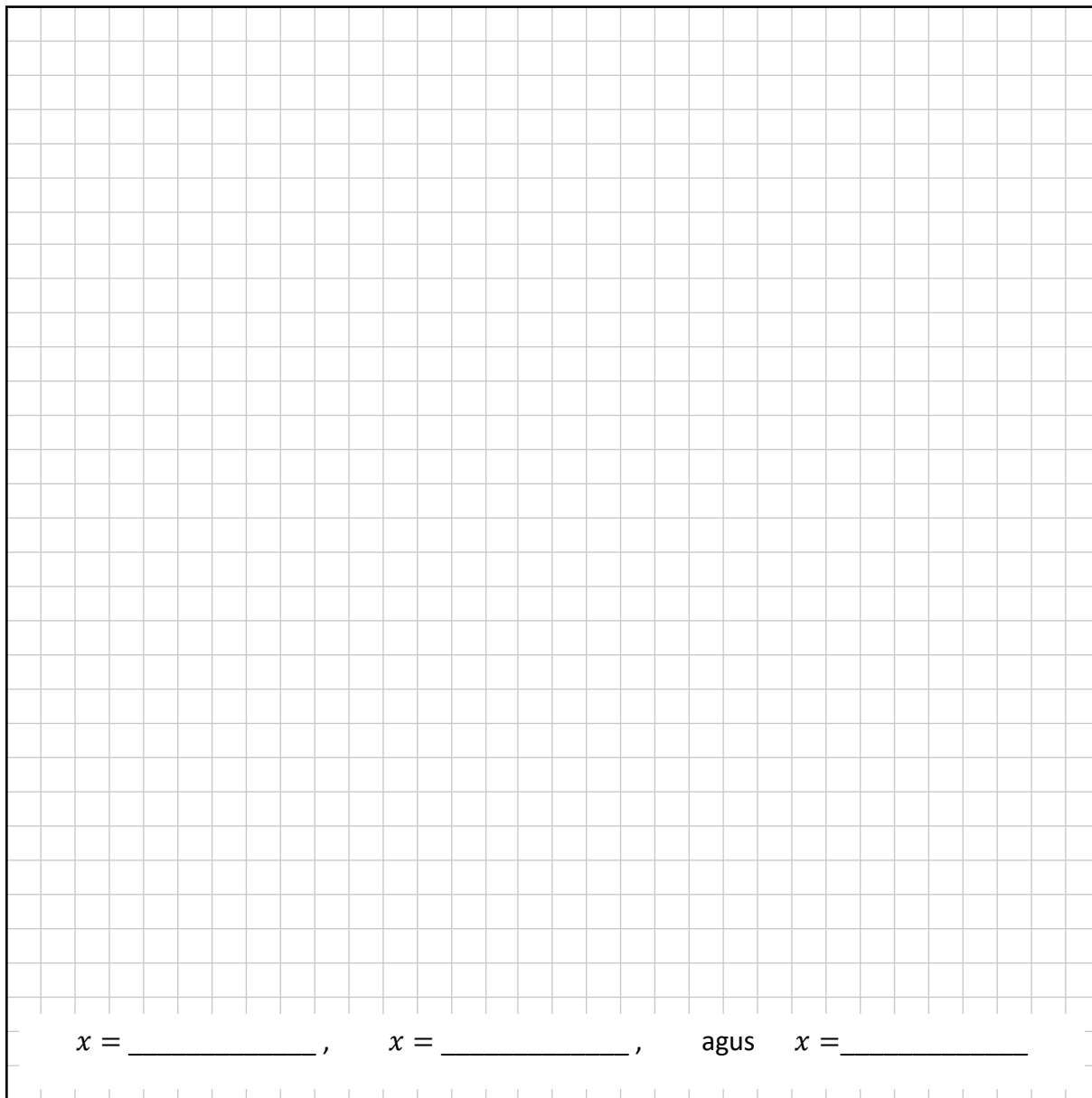
$$(4x - 10\sqrt{x}) (2x + 5\sqrt{x} - 7)$$



(c) Fachtóir de $4x^3 - 12x^2 - 7x + 30$ is ea $(2x + 3)$.

Úsáid an t-eolas sin chun na trí réiteach a fháil ar an gcothromóid seo a leanas in x :

$$4x^3 - 12x^2 - 7x + 30 = 0$$



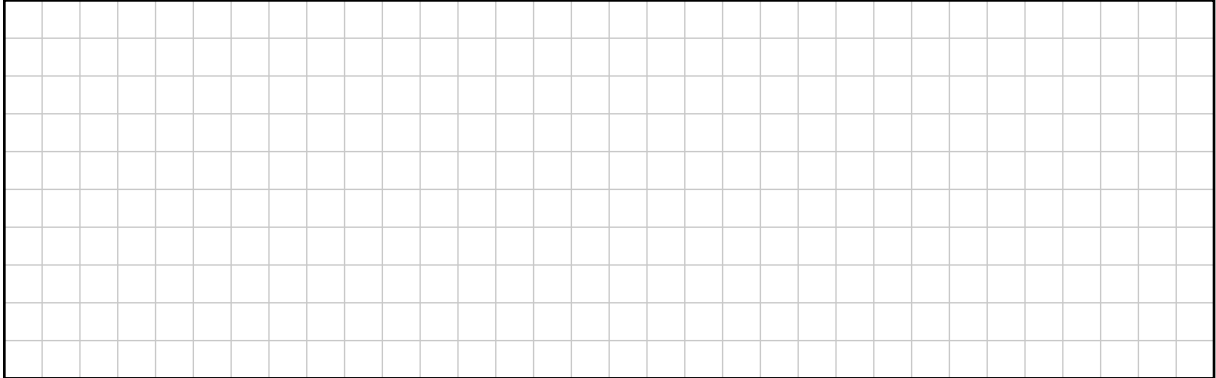
$x =$ _____ , $x =$ _____ , agus $x =$ _____

Ceist 2**(30 marc)**

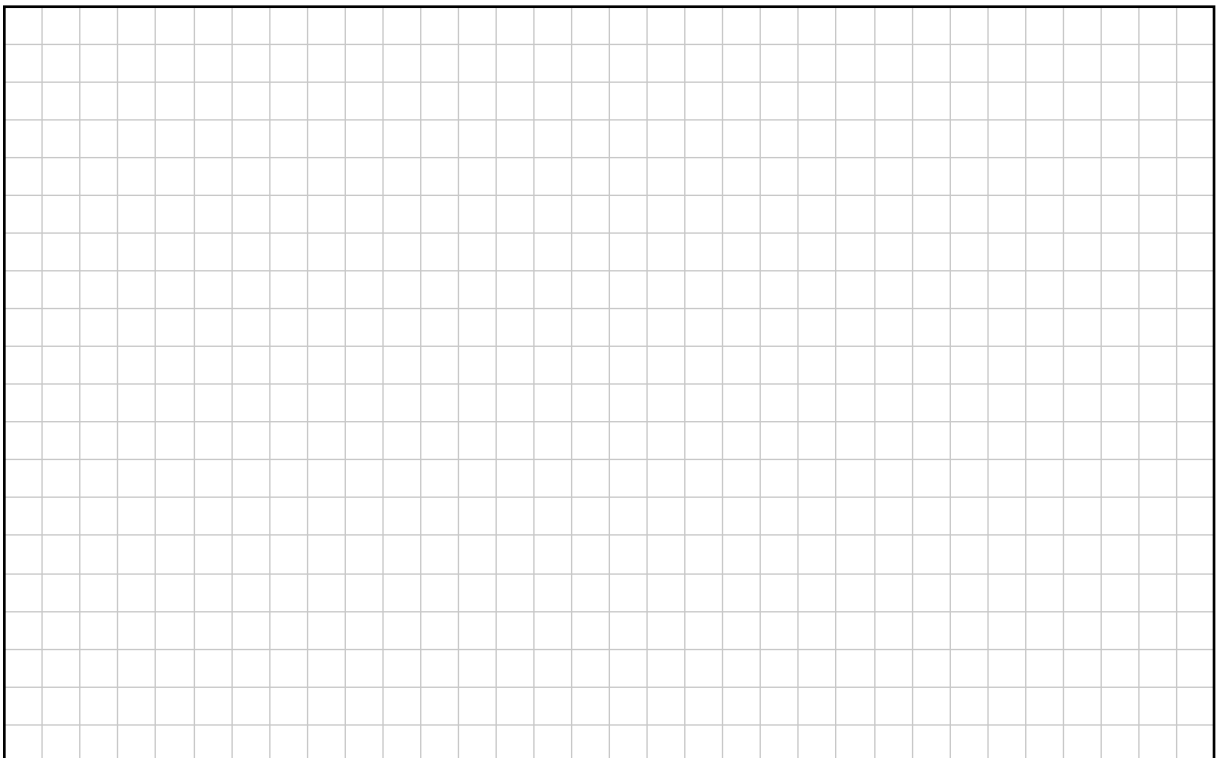
(a) Sainítear feidhm le haghaidh $x \in \mathbb{R}$ de réir:

$$f(x) = 6 + x^2 + \sin 4x$$

(i) Faigh $f'(x)$, díorthach f i leith x .



(ii) Faigh **cothromóid** an tadhlaí leis an gcuair $y = f(x)$ ag an bpointe ag a bhfuil $x = 0$. Bíodh do fhreagra san fhoirm $ax + by + c = 0$, áit a mbeidh $a, b, c \in \mathbb{Z}$.

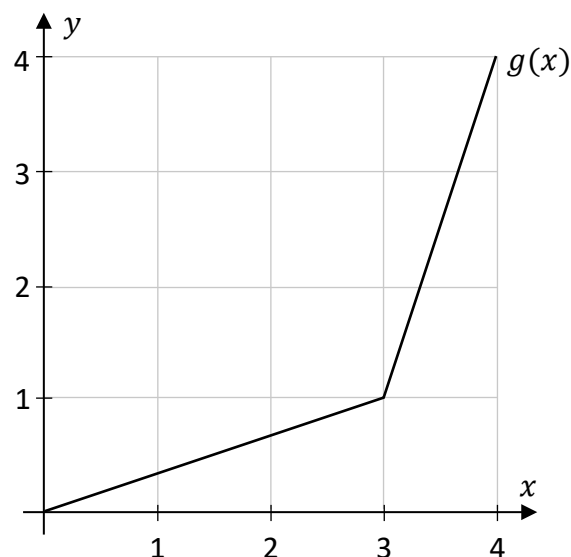
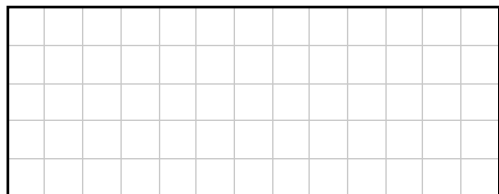


- (b) Sainítear an fheidhm $g(x)$ le haghaidh $0 \leq x \leq 4, x \in \mathbb{R}$.

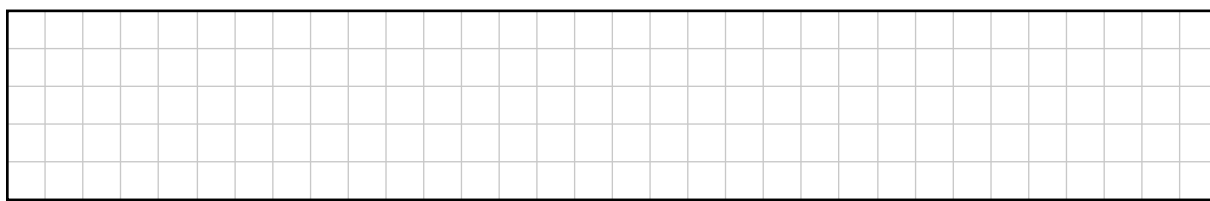
Taispeántar graf na feidhme sa léaráid ar dheis, agus tá sé comhdhéanta de dhá mhírlíne.

Úsáid an graf de $g(x)$ chun na codanna (b)(i), (b)(ii), agus b(iii) a fhreagairt.

- (i) Luaigh raon na luachanna ar x a fhágann go bhfuil $g'(x) > 2$.



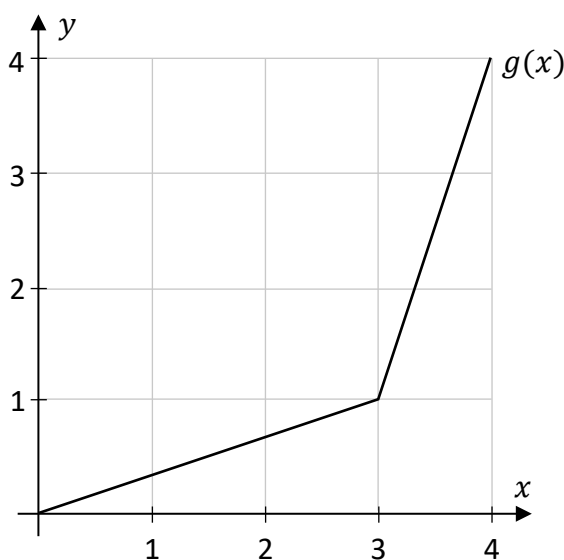
- (ii) Faigh luach $g(g(3))$. Bíodh do fhreagra san fhoirm $\frac{a}{b}$ áit a mbeidh $a, b \in \mathbb{N}$. Taispeáin do chuid oibre ar an ngraf.



- (iii) Taispeántar an graf de $y = g(x)$ arís ar an léaráid thíos.

Tarraing agus lipéadaigh an graf de $y = g^{-1}(x)$ ar an léaráid chéanna, le haghaidh $0 \leq x \leq 4, x \in \mathbb{R}$, áit arb é g^{-1} inbhéarta na feidhme g .

Leid: Is é graf g^{-1} íomhá ghráf g trí shiméadracht aiseach sa líne $y = x$.

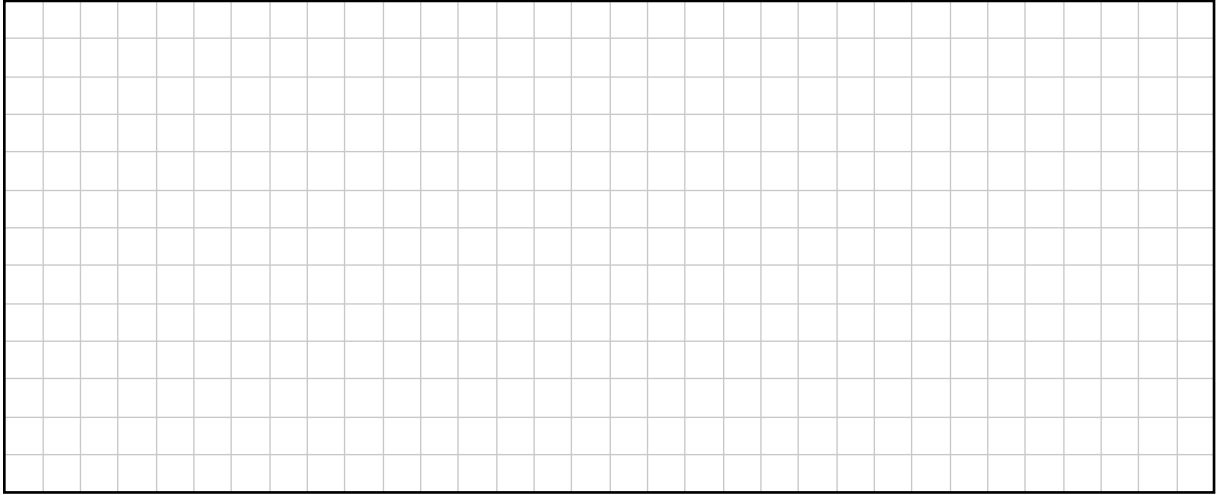


Ceist 3**(30 marc)**

- (a) Sainítear an fheidhm $f(x)$ le haghaidh $x \in \mathbb{R}$ de réir:

$$f(x) = (3x^5 - 4)^{28}$$

Faigh slonn le haghaidh $f'(x)$. **Ní** gá do fhreagra a shimpliú.



- (b) Sainítear an fheidhm $g(x)$ le haghaidh $x \in \mathbb{R}$, $x \neq 3.5$, de réir:

$$g(x) = \frac{3}{2x - 7}$$

Faigh $g'(x)$ agus, uaidh sin, taispeáin **nach** bhfuil uasphointe logánta ná íospointe logánta ar bith ag an bhfeidhm seo.

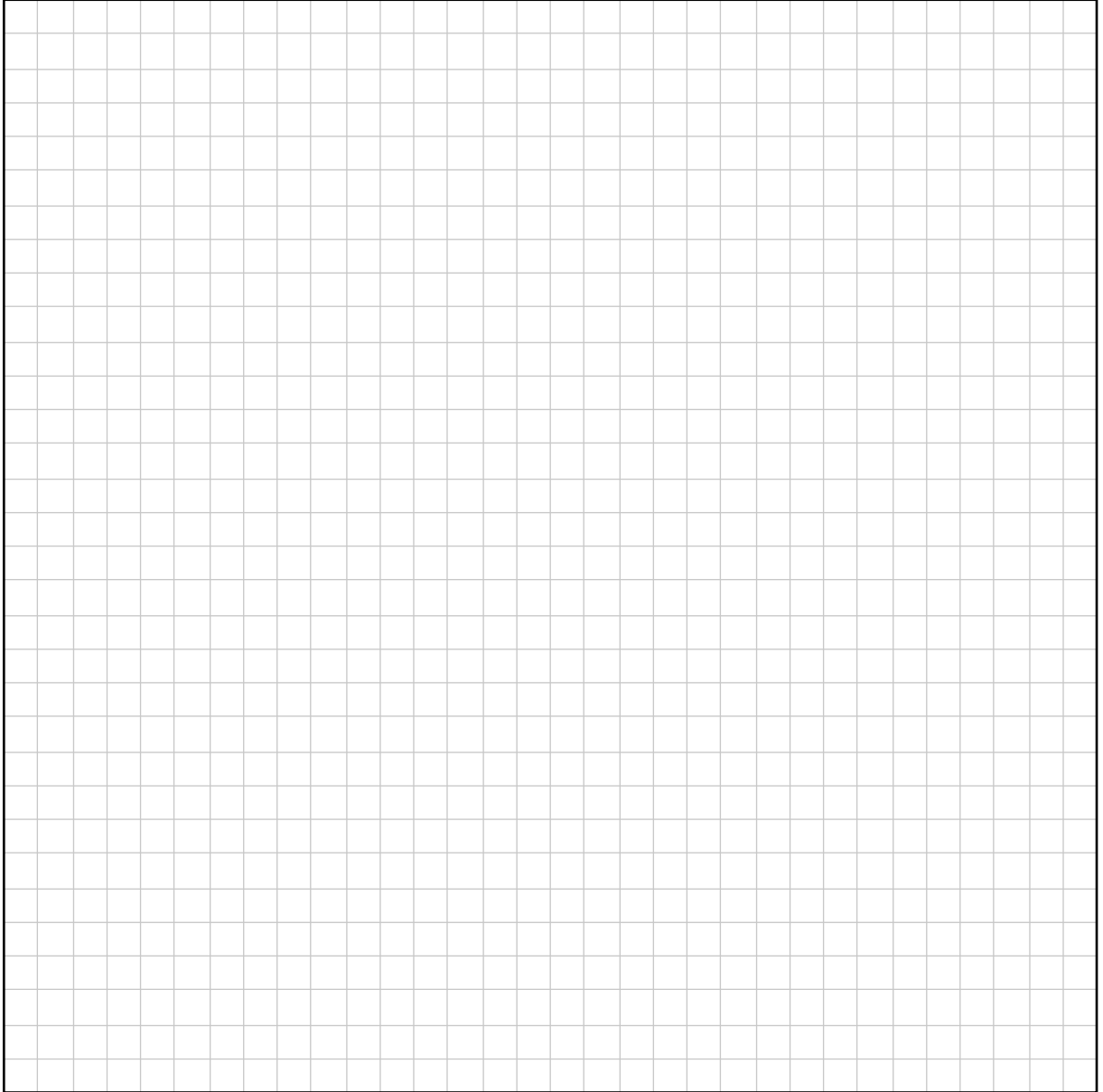


(c) Is tairiseach é $k \in \mathbb{R}$, agus:

$$\int_0^k e^{5x} dx = 9$$

Bain úsáid as seo chun luach k a fháil.

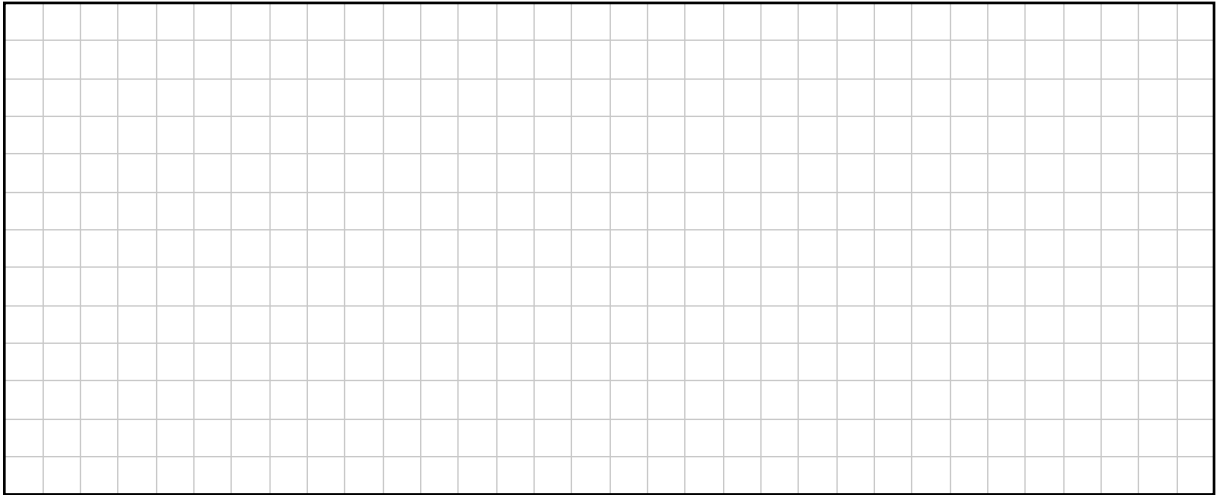
Scríobh do fhreagra san fhoirm $k = \frac{\ln a}{b}$, áit a mbeidh $a, b \in \mathbb{N}$.



Ceist 4**(30 marc)**

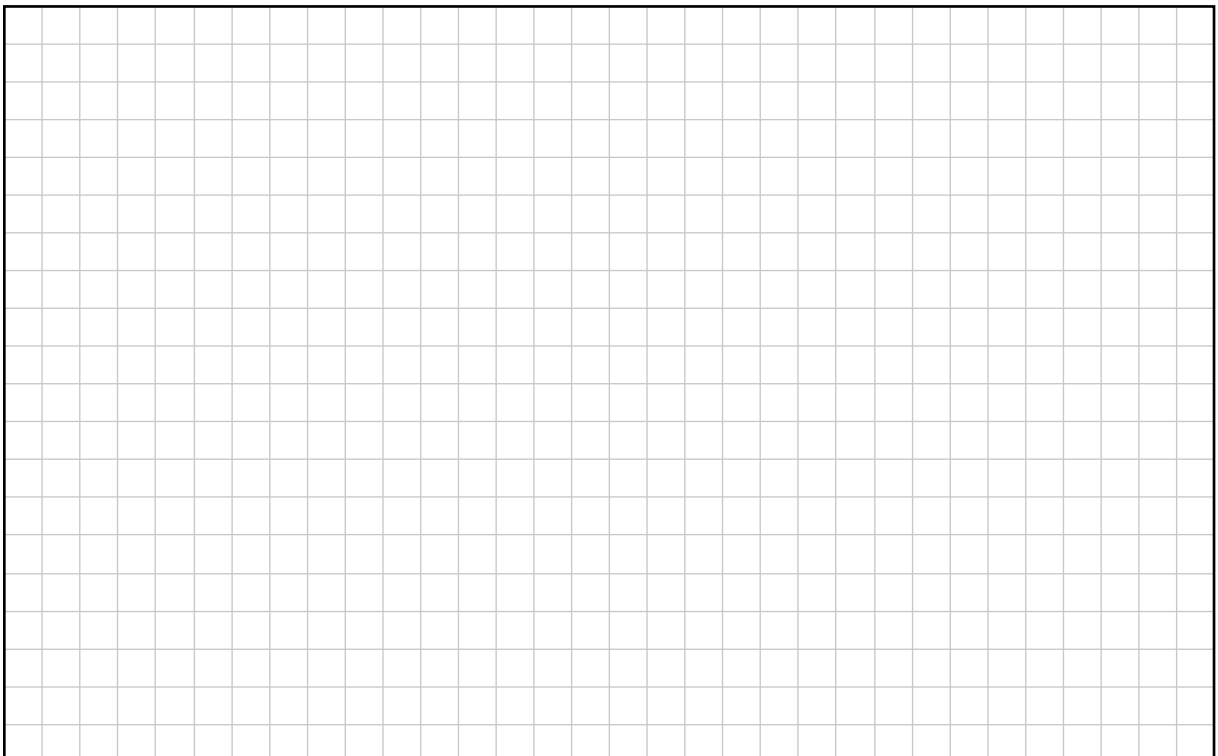
Sa cheist seo, $i^2 = -1$.

- (a) Scríobh an uimhir choimpléascach $\frac{2+3i}{4-5i}$ san fhoirm $a + bi$, áit a mbeidh $a, b \in \mathbb{R}$.



- (b) Bain úsáid as **teoirim de Moivre** agus as an slonn $(\cos \theta + i \sin \theta)^2$, agus cruthaigh go bhfuil sé seo a leanas fíor, le haghaidh uillinn θ ar bith:

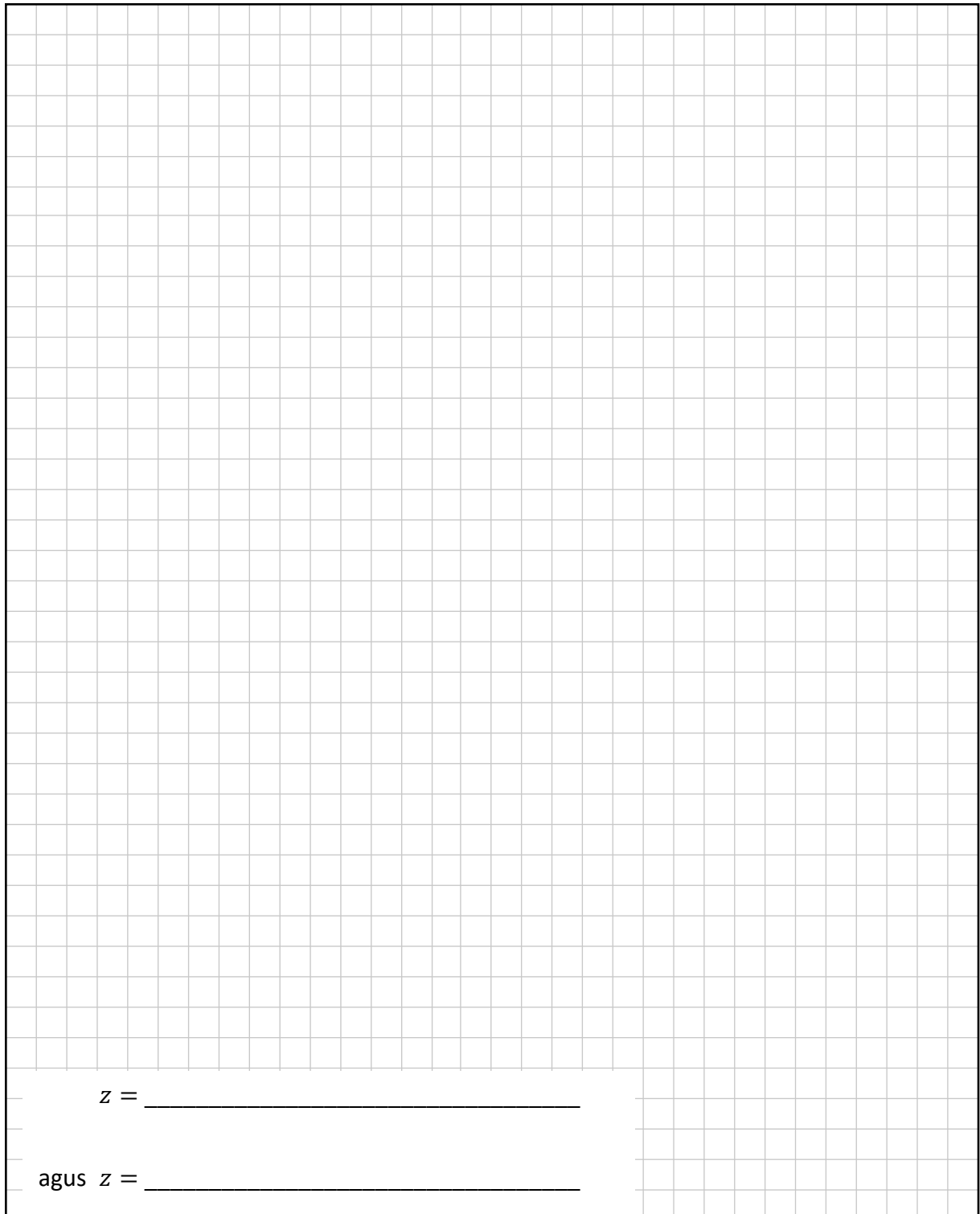
$$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$$



(c) Bain úsáid as **teoirim de Moivre** agus faigh **dhá** luach ar z a fhágann go bhfuil:

$$z^6 = -64i$$

Bíodh gach freagra san fhoirm $c + di$, áit a mbeidh $c, d \in \mathbb{R}$. Fág c agus d i bhfoirm surda.



$z =$ _____

agus $z =$ _____

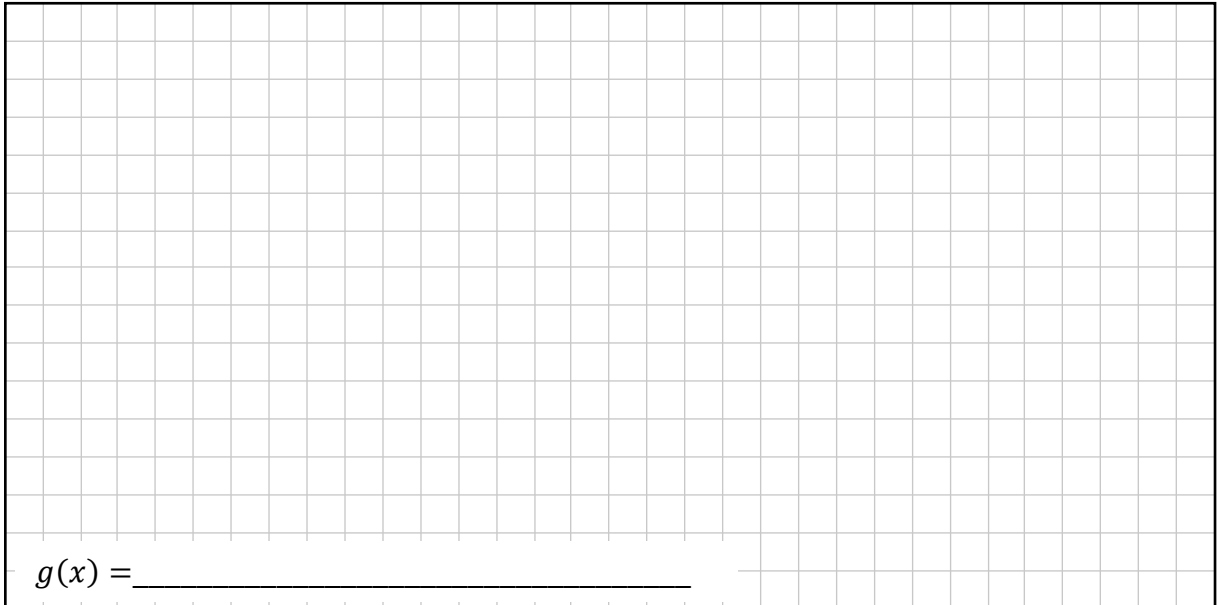
Ceist 5**(30 marc)**

- (a) Sainítear an fheidhm $g(x)$ le haghaidh $x \in \mathbb{R}$ de réir:

$$g(x) = 5x^2 + 20x - 12$$

Scríobh $g(x)$ san fhoirm seo a leanas, áit ar tairisigh iad $a, h, k \in \mathbb{Z}$:

$$g(x) = a(x + h)^2 + k$$



$g(x) =$ _____

- (b) Is tairiseach deimhneach é p .

Bain úsáid as dlíthe na logartam agus scríobh an slonn:

$$\ln[(e^3 p)^5]$$

san fhoirm $c + d \ln p$, áit ar tairisigh iad $c, d \in \mathbb{Z}$.



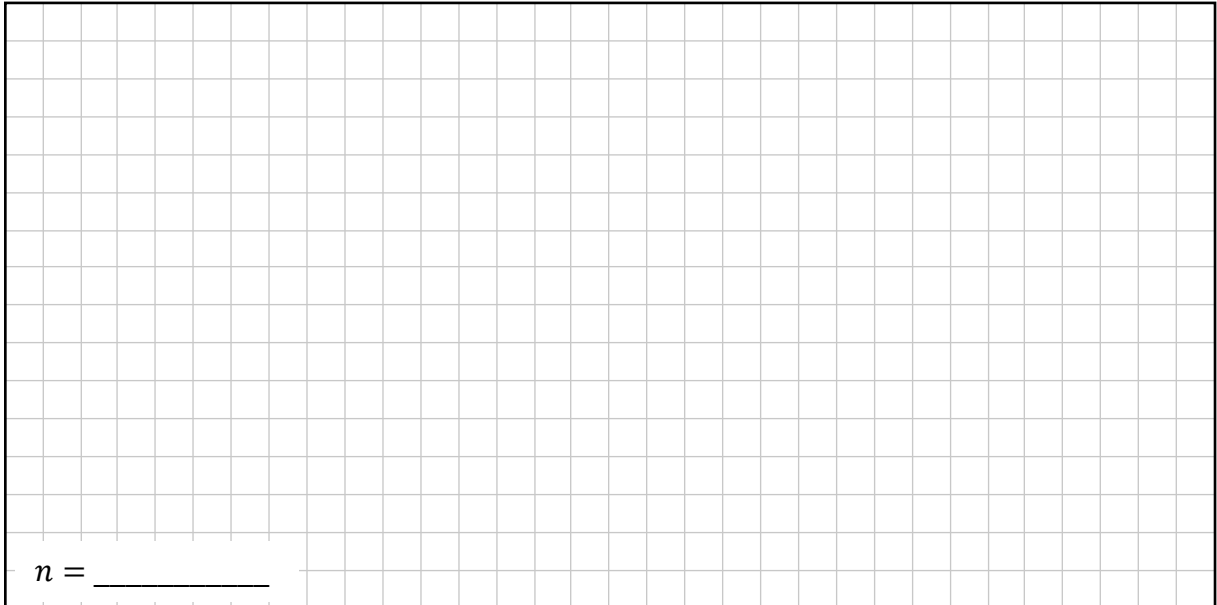
(c) Tá dhá phéire de chothromóidí comhuaineacha in x agus y thíos, áit ar tairiseach é $n \in \mathbb{R}$.

Tá ceann amháin de na réitigh ar an bpéire cothromóidí seo ar an y -ais.

Bain úsáid as an eolas sin chun luach n a fháil.

$$2x - y = 7$$

$$x^2 + y + 2y^2 = n$$



$n =$ _____

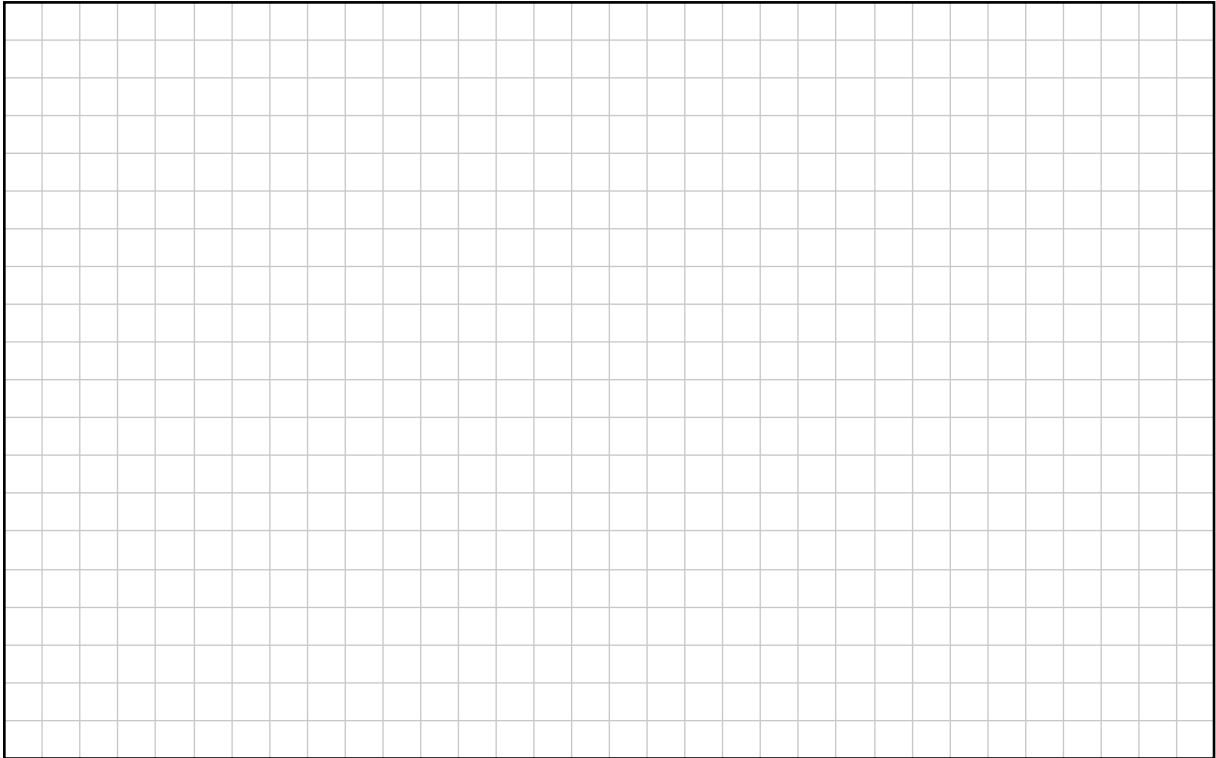
Ceist 6**(30 marc)**

- (a) Scríobh síos, i gcumhachtaí íslitheacha de p , na chéad 3 téarma san fhorbairt dhéthéarmach ar:

$$(2p + 3)^7$$

Bíodh gach téarma díobh san fhoirm is simplí.

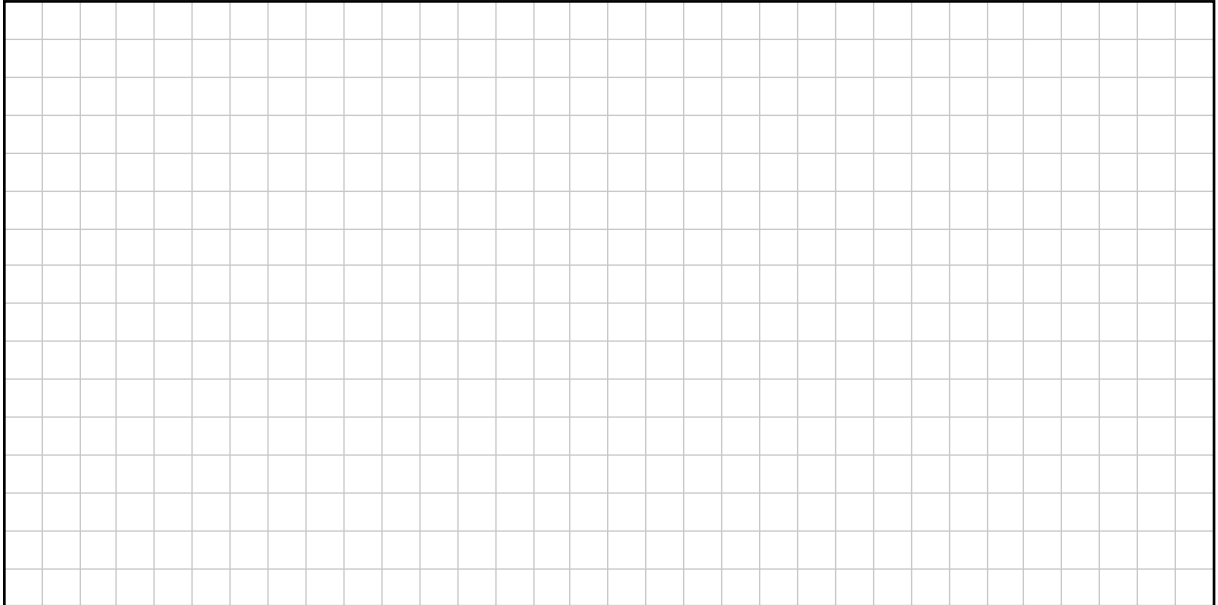
Mar shampla, ba chóir go mbeadh an chéad téarma san fhoirm ap^7 , áit ar tairiseach é a .



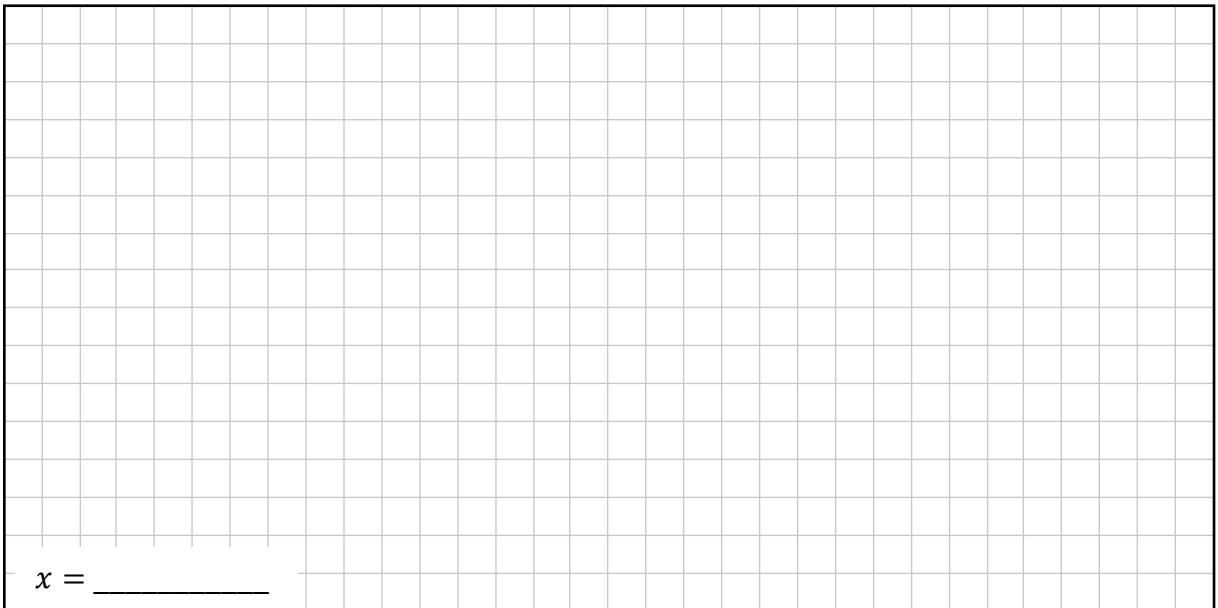
(b) Is é $h(x)$ an fheidhm seo a leanas de x , áit ar tairisigh dheimhneacha iad m agus r , agus $x \in \mathbb{R}$:

$$h(x) = 6m x^2 - 4r x + 54m$$

- (i) Tá réiteach **amháin, go díreach**, ar an gcothromóid $h(x) = 0$.
Bain úsáid as sin chun a thaispeáint go bhfuil $r = 9m$.



- (ii) Bain úsáid as an eolas go bhfuil $r = 9m$ chun luach an réitigh sin a fháil.

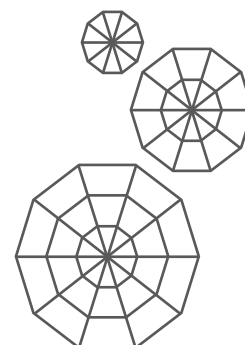


Freagair **trí cheist ar bith** as an roinn seo.

Ceist 7

(50 marc)

Tógann damháin alla líontáin as síoda. Tá dhá shamhaltán éagsúla sa cheist seo den chaoi a bhféadfadh damhán alla a líontán a thógáil. Tugann na feidhmeanna i ngach samhltán faid ina gceintiméadair.



- (a) Sa chéad samháltán, déantar an líontán céim ar chéim.
I dtosach báire, déanann an damhán alla Céim 1 den líontán.
Ansin cuireann sé síoda **breise** le Céim 1 chun Céim 2 den líontán a dhéanamh, agus mar sin de.

Sa tábla thíos, taispeántar na luachanna ar $S(n)$, fad **iomlán** an tsíoda i ngach céim, sna chéad trí chéim den samhaltán seo.

Taispeántar $A(n)$ sa tábla freisin. Le haghaidh $n > 1$, is é $A(n)$ fad an tsíoda **breise** atá ag teastáil chun Céim n a dhéanamh ó Chéim $n - 1$. Is é in $A(1)$ ná 15·8.

Céim	1	2	3
$S(n)$: fad iomlán an tsíoda	15·8	37·8	66
$A(n)$: fad an tsíoda breise	15·8		

- (i) Bain úsáid as na luachanna sa tábla chun a thaispeáint go bhfuil $A(2) = 22$ agus faigh luach $A(3)$. Scríobh an luach ar $A(2)$ agus ar $A(3)$ isteach sa tábla thuas.

Taispeáin go bhfuil $A(2) = 22$:	Faigh luach $A(3)$:
-----------------------------------	----------------------

Cruthaíonn na huimhreacha $A(1), A(2), A(3), \dots$ seicheamh **comhbhreise**.

- (ii)** Faigh slonn in n le haghaidh $A(n)$, áit a bhfuil $n \in \mathbb{N}$.

[illegible]

(iii) Uaidh sin, nó ar shlí eile, faigh luach $A(100)$.

(iv) Is é $S(n)$ fad **iomlán** an tsíoda atá ag teastáil chun Céim n den líontán a dhéanamh, áit a bhfuil $n \in \mathbb{N}$. Agus úsáid á baint as an bhfoirmle do shuim sraithe comhbhreise, nó ar shlí eile, taispeáin go bhfuil:

$$S(n) = 3 \cdot 1n^2 + 12 \cdot 7n$$

(v) Is í Céim k an chéad chéim ina bhfuil fad **iomlán** an tsíoda níos mó ná **10 m**, sa samháltán seo. Bain úsáid as an slonn do $S(n)$ thuas agus réitigh cothromóid chun luach k a fháil.

Ná dearmad go dtugann $S(n)$ an fad iomlán síoda, ina **cheintiméadair**.

Leantar den cheist seo ar an gcéad leathanach eile.

Ceist 8**(50 marc)**

- (a) Ceannaíonn Jacob cadhc nua i siopa. Is é €870 praghas an chadhc, de ghnáth. Déantar an praghas sin a laghdú de 15% i sladmhargadh.

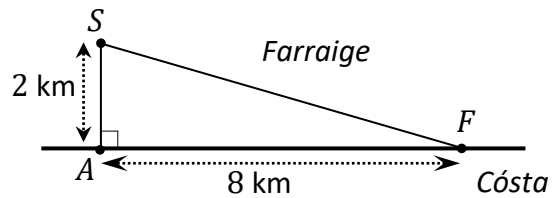
Faigheann Jacob laghdú breise de 10% ar an bpraghas laghdaithe sin, toisc go bhfuil sé ina bhall de chlub dílseachta an tsiopa.

Faigh an praghas a íocann Jacob ar an gcadhc.

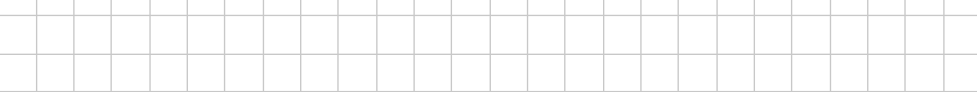
- (b) Ceannaíonn Jacob céasla ar líne. Cosnaíonn an chéasla \$95. Ceapann Jacob gurb é an ráta malairte atá in úsáid ná €1 = \$1.183. Is é an fíor-ráta malairte atá in úsáid ná €1 = \$ d , áit a bhfuil $d \in \mathbb{R}$. Mar thoradh air sin, cosnaíonn an chéasla €1.02 níos mó ná mar a cheap Jacob a chosnódh sí. Bain úsáid as sin chun luach d a fháil, ceart go dtí 3 ionad dheachúlacha.

Leantar den cheist seo ar an gcéad leathanach eile.

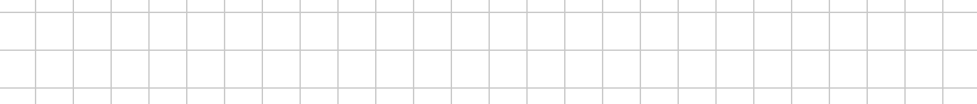
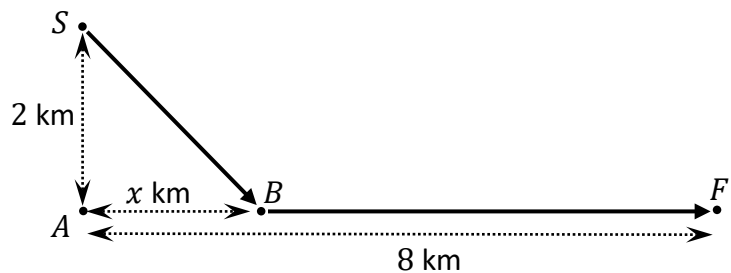
Is pointe eile ar an gcósta é A. $|SA| = 2$ km,
 $|AF| = 8$ km, agus is dronuillinn é $\angle SAF$.



(c) Faigh amach cé mhéad ama a ghlacfaidh sé ar Jacob san **iomlán** cadhcáil ó S go dtí A , agus ansin rith ó A go dtí F .



(e) Tá Jacob chun cadhcáil ó S go dtí B , agus ansin rith ó B go dtí F .

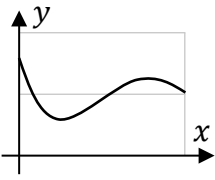
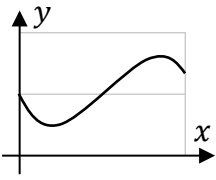
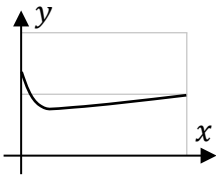
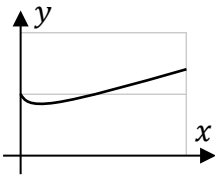


- (ii) Tá a fhios ag Jacob go bhfuil luach amháin ar x a fhágann go bhfuil íosluach ar $T(x)$ ($0 \leq x \leq 8$). **Réitigh** an chothromóid seo a leanas chun an luach sin ar x a fháil, ceart go dtí 3 ionad dheachúlacha:

$$T'(x) = \frac{x}{6\sqrt{x^2 + 4}} - \frac{1}{12} = 0$$

- (iii) Níl luachanna ar bith eile ar x in $[0, 8]$ a fhágann go bhfuil $T'(x) = 0$, ach amháin an freagra ar chuid **(e)(ii)**.

Bain úsáid as an eolas sin, agus as do fhreagraí ó chuid **(c)** agus cuid **(d)**, agus faigh amach cé acu ceann **amháin** de na graif seo a leanas a d'fhéadfadh $T(x)$ a léiriú, le haghaidh $x \in [0, 8]$. Cosain do fhreagra go hiomlán.

			
Graf A	Graf B	Graf C	Graf D

Freagra (A , B , C , nó D):
Cosaint:

Ceist 9**(50 marc)**

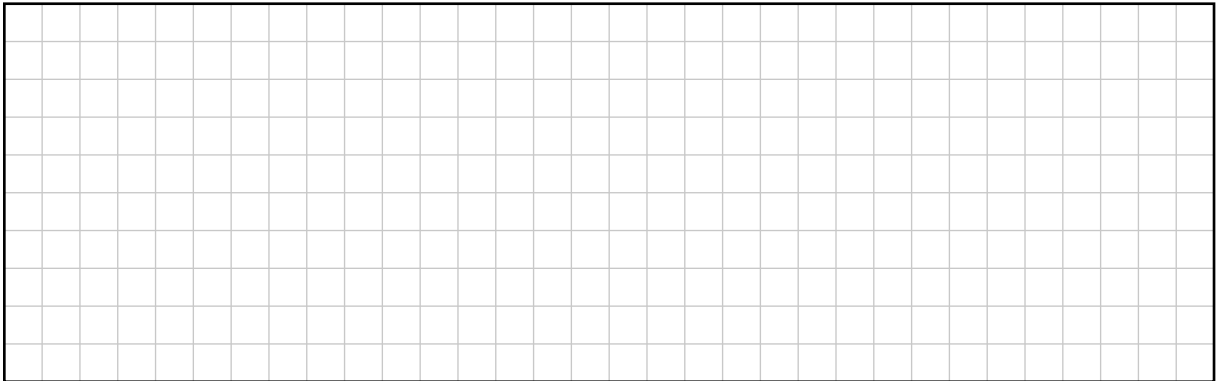
Tiomáineann Dani carr.

- (a) Braitheann B , ídiú breosla charr Dani, ar luas an chairr, c .
Le haghaidh turas áirithe amháin, tugtar B de réir:

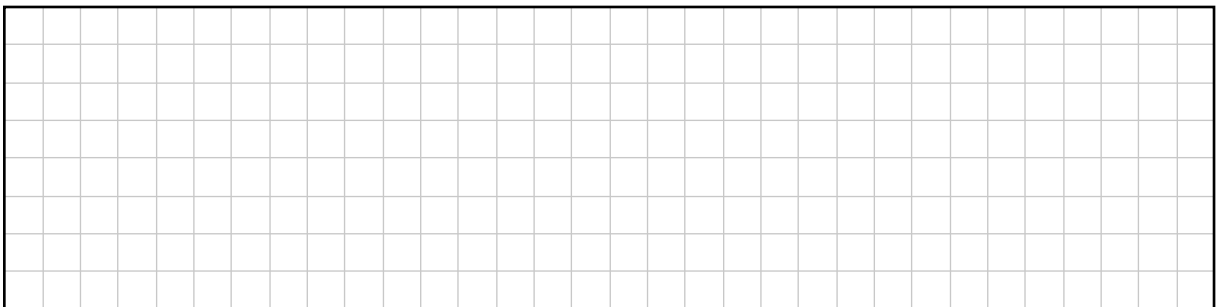
$$B(c) = 0.05 c^2 - 8.5 c + 800$$

áit a bhfuil B ina lítir in aghaidh an 10 000 km, agus a bhfuil c ina km/uair, le $40 \leq c \leq 120$.

- (i) Taispeáin nach bhfuil difríocht ar bith idir an t-ídiú breosla (B) nuair a bhíonn carr Dani ag taisteal ag 60 km/uair agus nuair a bhíonn sé ag taisteal ag 110 km/uair.



- (ii) Faigh slonn le haghaidh $\frac{dB}{dc}$, ráta athraithe an ídithe breosla i leith luais.



Le linn cuid den turas, tugtar luas charr Dani, c , ag am t de réir:

$$c = 78 + 9 \ln(t^2)$$

áit arb é t an t-am ina nóiméid, $1 \leq t \leq 10$, agus a bhfuil c ina km/uair.

- (iii) Úsáid é sin, agus do fhreagra ar chuid (a)(ii), chun luach $\frac{dB}{dc}$ a fháil nuair atá $t = 7$.
Bíodh do fhreagra ceart go dtí ionad deachúlach amháin.

- (iv) Taispeáin go dtugtar ráta athraithe luais an chairr i leith ama de réir:

$$\frac{dc}{dt} = \frac{18}{t}$$

- (v) Úsáid do fhreagraí ar chuid (a)(iii) agus cuid (a)(iv) chun ráta athraithe ídiú breosla an chairr, B , i leith ama a fháil, ag an meandar a mbíonn $t = 7$ nóiméad.

Bíodh do fhreagra ina (lítir in aghaidh an 10 000 km) sa nóiméad.

Leantar den cheist seo ar an gcéad leathanach eile.

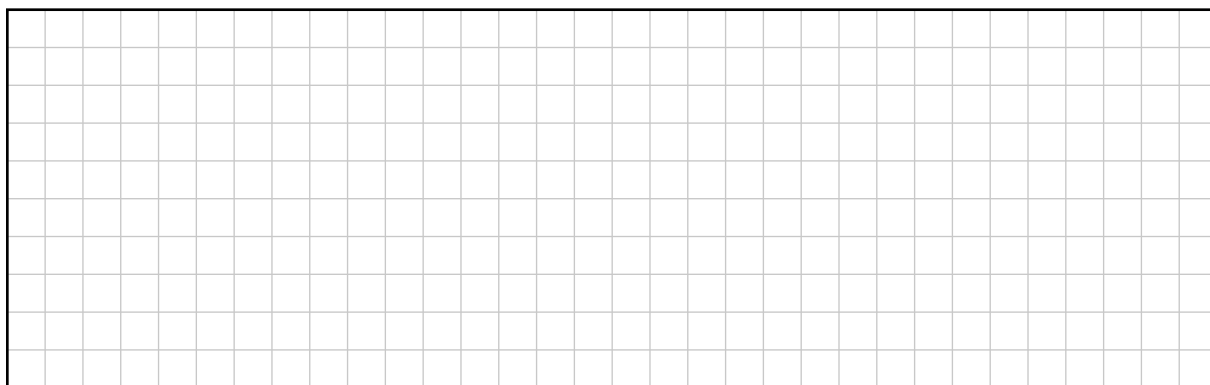
- (b) Thar na chéad 8 soicind a bhíonn Dani ag tiomáint a cairr, is féidir luas an chairr, ina km/uair, a fháil go neasach ach úsáid a bhaint as an bhfeidhm $v(t)$ seo a leanas:

$$v(t) = \begin{cases} 8e^{0.4t} - 8, & 0 \leq t \leq 4 \\ -t^2 + 24t - 48.4, & 4 < t \leq 8 \end{cases}$$

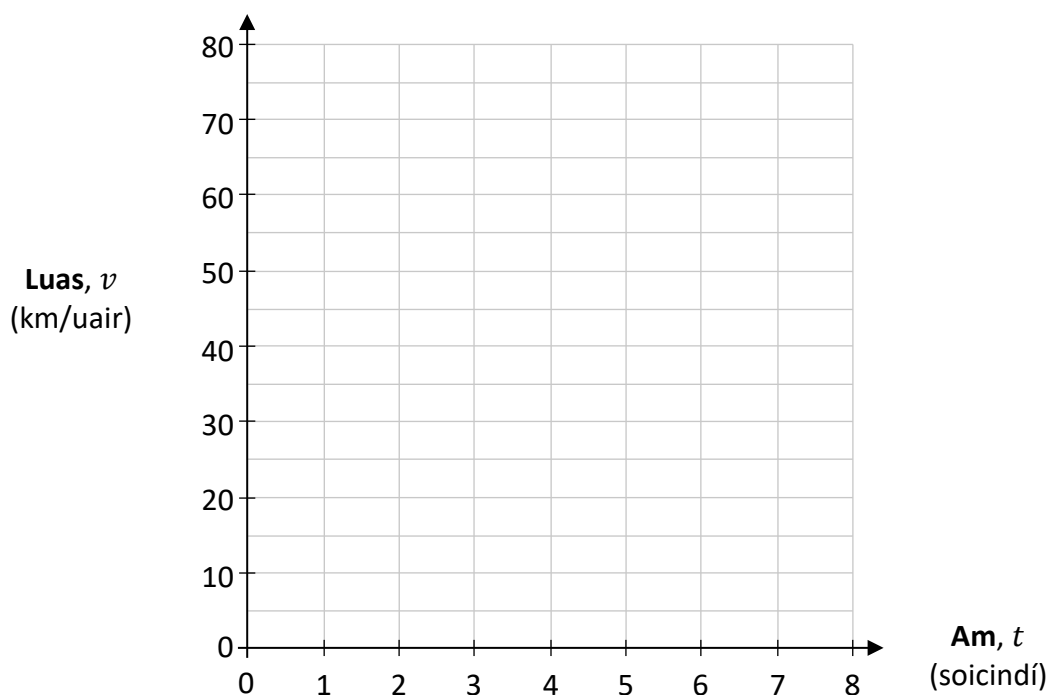
áit arb é $t \in \mathbb{R}$ an t-am, ina shoicindí, tar éis don charr tosú ag gluaiseacht.

- (i) Líon isteach an tábla thíos chun na luachanna ar $v(t)$ a thaispeáint le haghaidh na luachanna ar t a thugtar, suas go dtí $t = 8$. Bíodh gach luach díobh ceart go dtí ionad deachúlach amháin, nuair is cuí.

Am, t (soicindí)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Luas, v (km/uair)	0		9.8		31.6			70.6	79.6

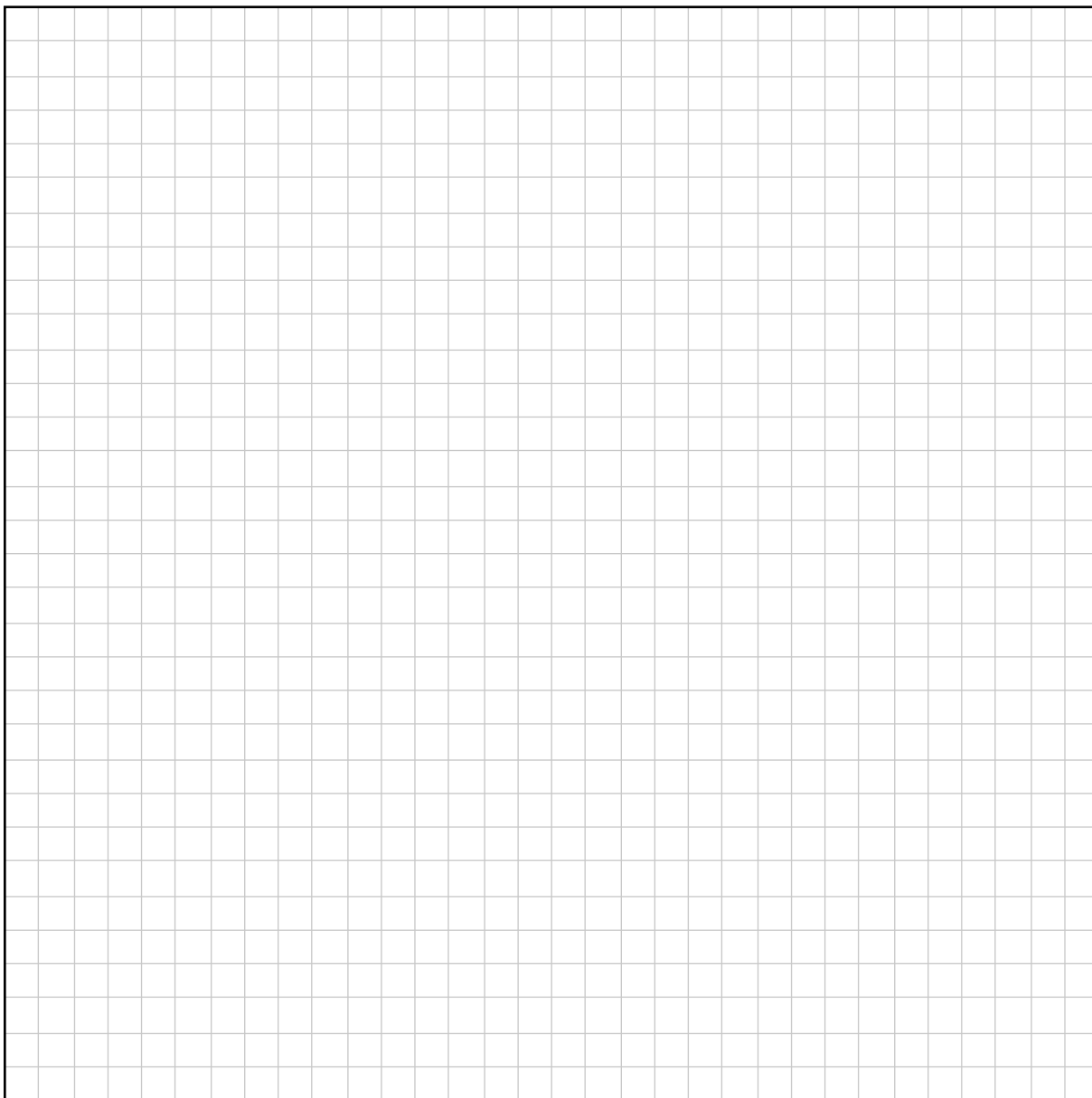


- (ii) Uaidh sin, tarraing graf na feidhme $y = v(t)$ ar na haiseanna thíos, le haghaidh $0 \leq t \leq 8$, $t \in \mathbb{R}$.



- (iii) Úsáid an tsuimeáil, agus $v(t) = -t^2 + 24t - 48.4$, chun meánluas charr Dani a fháil le haghaidh $4 < t \leq 8$.

Bíodh do fhreagra ina km/uair, ceart go dtí ionad deachúlach amháin.



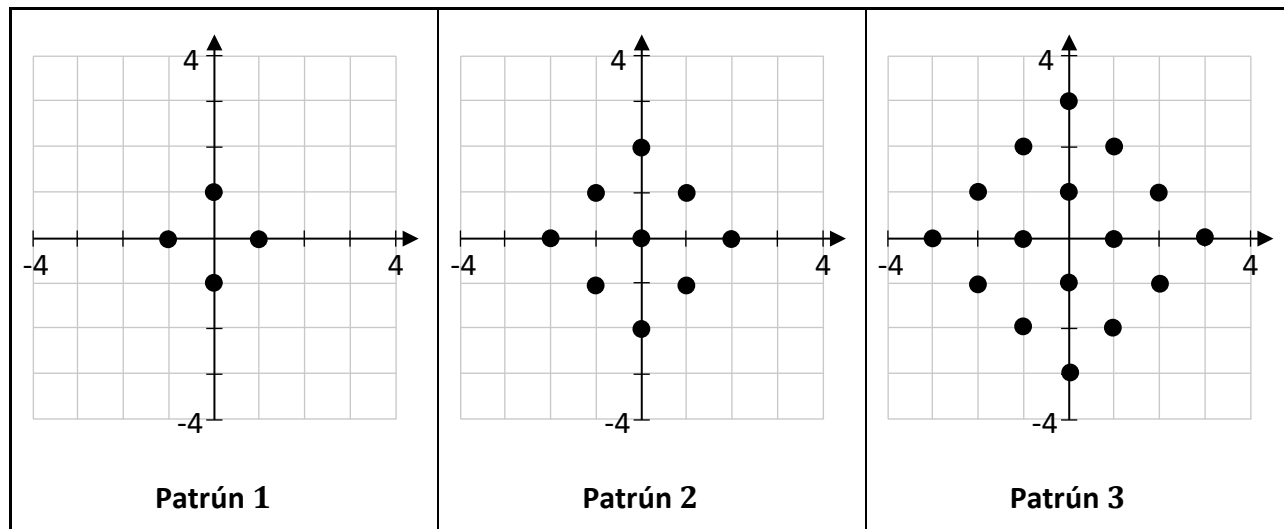
Ceist 10

(50 marc)

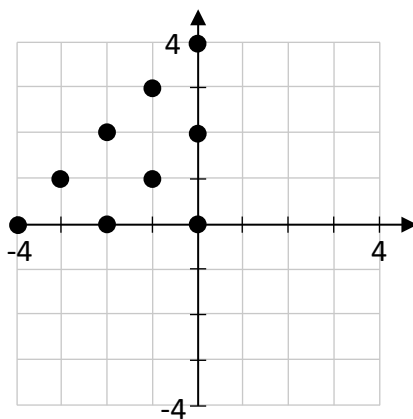
Taispeántar na chéad trí phatrún i seicheamh de phatrúin thíos. Poncanna (●) ag pointí ar an bplána comhordanáideach, a bhfuil **comhordanáidí slánuimhreach** acu, atá i ngach patrún.

Mar a thaispeántar thíos, i bPatrún 1 tá ponc ag gach pointe dá leithéid atá fad slí 1 aonad ó (0, 0), agus i bPatrún 2 tá ponc ag gach pointe dá leithéid atá fad slí 1 aonad ó phointe i bPatrún 1.

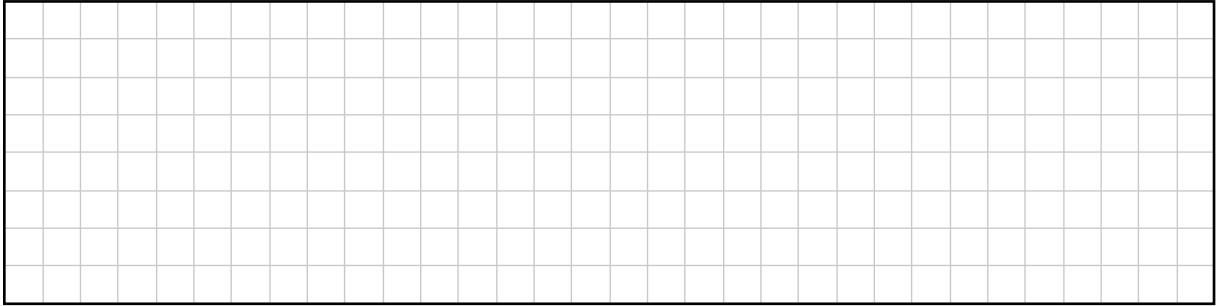
De réir mar a leanann an seicheamh ar aghaidh, i bPatrún $n + 1$ tá ponc ag gach pointe dá leithéid atá fad slí 1 aonad ó phointe sa phatrún roimhe (Patrún n). Is amhlaidh atá le haghaidh gach $n \in \mathbb{N}$.



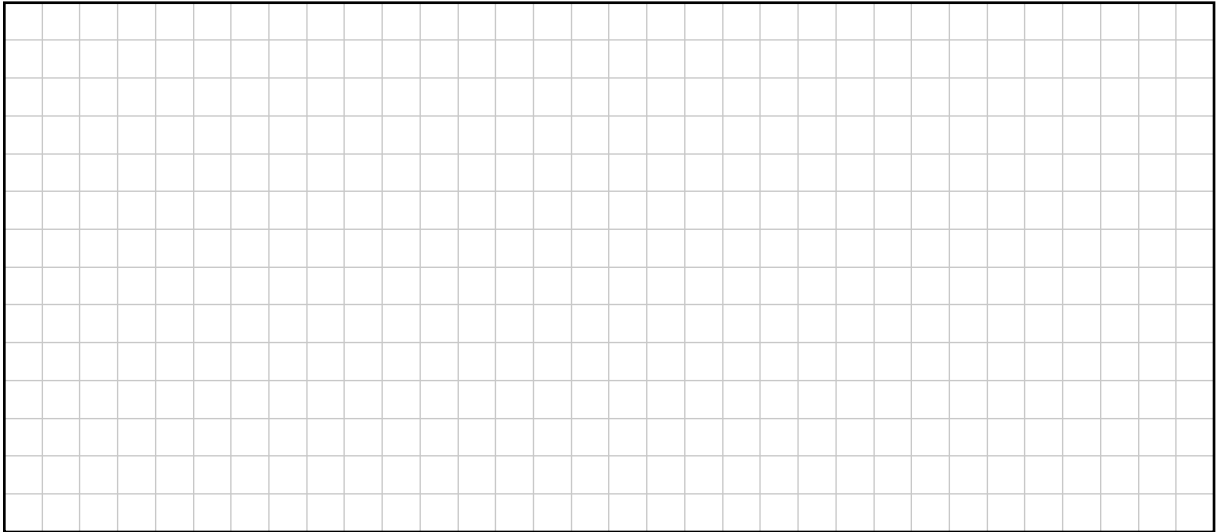
- (a) Taispeántar 9 gcinn de na poncanna i bPatrún 4 ar an léaráid chomhordanáideach thíos. Tarraing na poncanna atá in easnamh chun Patrún 4 a chríochnú. **Ná** marcáil pointí ar bith nach bhfuil i bPatrún 4.



- (b) I bPatrún 2000, tá 4 phointe atá fad slí 2000 aonad ó $(0, 0)$.
Scríobh síos comhordanáidí na 4 phointe sin.



- (c) Cad é an luach is lú ar $n \in \mathbb{N}$ a fhágann go bhfuil an pointe $(4, 4)$ i bPatrún n ?
Ná tarraing ar do léaráid ó chuid (a).



Leantar den cheist seo ar an gcéad leathanach eile.

Is é $Q(n)$ an chomhréir de phointí le comhordanáidí slánuimhreach (a, b) , áit a bhfuil $|a|, |b| \leq n$, atá i bPatrún n den seicheamh.

(d) (i) Déan an fhoirmle $t = 2n + 1$ a atheagrú chun n a scríobh i dtéarmaí t .

$n =$ _____

Tugtar $Q(n)$ de réir na foirmle seo a leanas, le haghaidh $n \in \mathbb{N}$ ar bith:

$$Q(n) = \frac{(n+1)^2}{(2n+1)^2}$$

(ii) Ionadaigh do fhreagra ar (d)(i) isteach sa slonn le haghaidh $Q(n)$ thuas agus taispeáin go bhfuil:

$$Q(n) = \frac{t^2 + 2t + 1}{4t^2}$$

(iii) Faigh an luach ar Q_∞ a thugtar de réir:

$$Q_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{t^2 + 2t + 1}{4t^2}$$

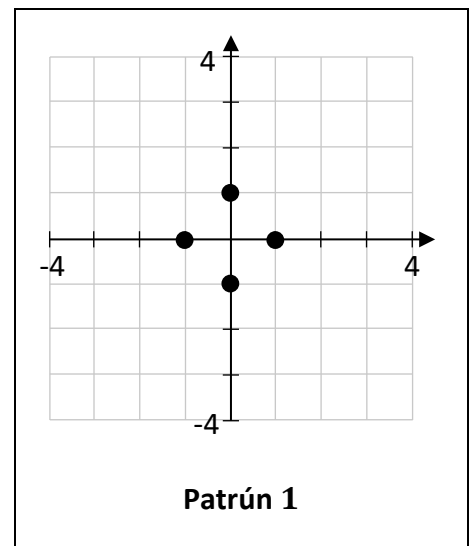
(e) Is é $H(n)$ líon iomlán na bponcanna i bPatrún n den seicheamh, le haghaidh $n \in \mathbb{N}$.

(i) Scríobh síos luach $H(1)$.

$$H(1) = \boxed{}$$

Nuair is uimhir aiceanta é n , is féidir $H(n + 1)$ a fháil ó $H(n)$ i gcónaí, ag úsáid na foirmle seo:

$$H(n + 1) = H(n) + 2n + 3$$

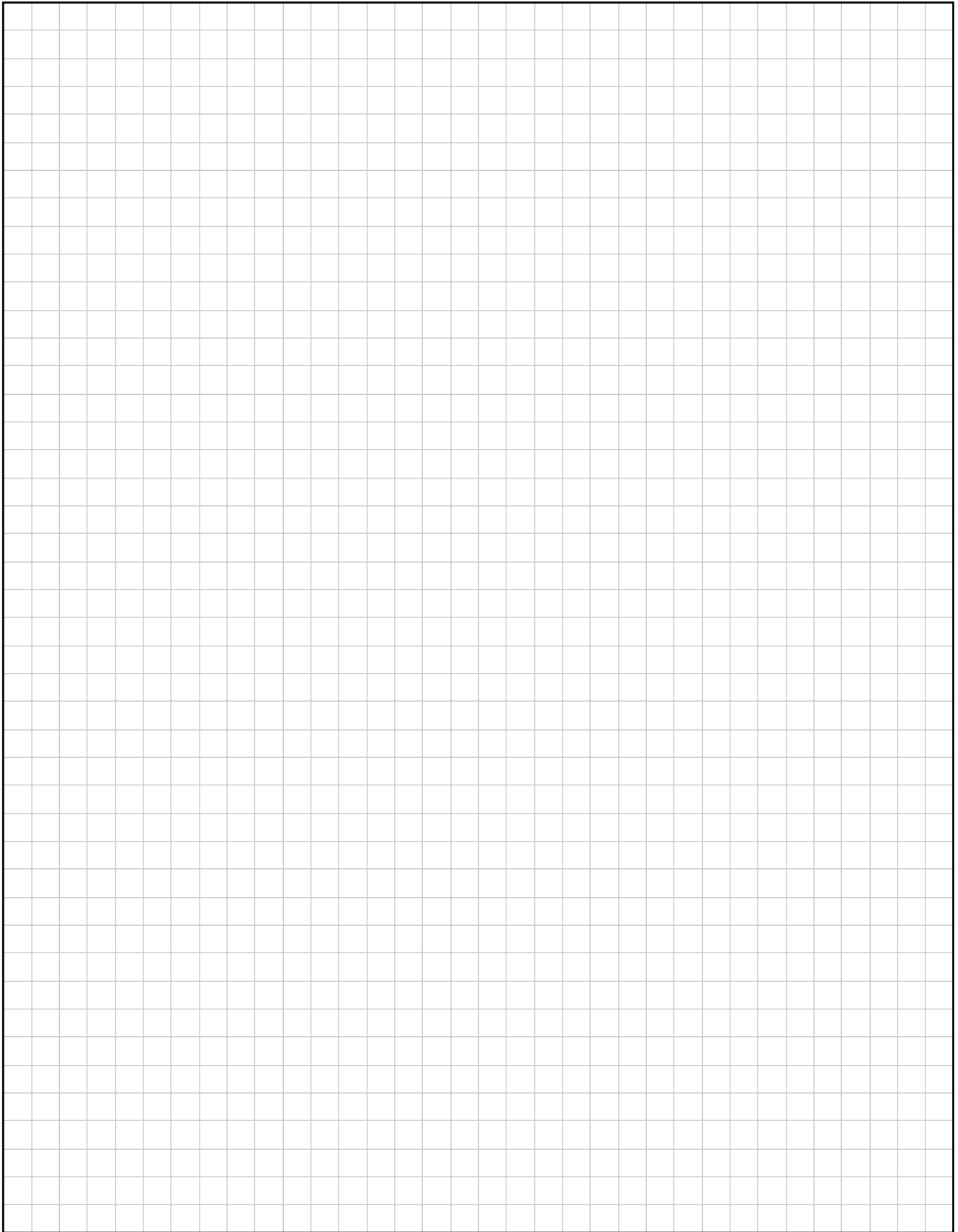


(ii) Bain úsáid as an eolas sin agus cruthaigh an t-ionannas ar an ngreille thíos. Úsáid cruthú trí **ionduchtú**.

Cruthaigh go bhfuil: $H(n) = (n + 1)^2$ le haghaidh gach luacha de $n \in \mathbb{N}$

Leathanach le haghaidh obair bhreise.

Lipéadaigh aon obair bhreise go soiléir le huimhir na ceiste agus leis an gcuid den cheist.



Leathanach le haghaidh obair bhreise.

Lipéadaigh aon obair bhreise go soiléir le huimhir na ceiste agus leis an gcuid den cheist.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. The paper is otherwise completely white and contains no other markings or text.

Ná scríobh ar an leathanach seo

Fógra cóipchirt

D'fhéadfadh sé go bhfuil téacsanna nó íomhánna sa scrúdpháipéar seo nach é Coimisiún na Scrúduithe Stáit úinéir an chóipchirt orthu, agus d'fhéadfadh sé gur athchóiríodh iad, chun críche an mheasúnaithe, gan cead na n-údar a fháil roimh ré. Ullmhaíodh an scrúdpháipéar seo de réir Alt 53(5) den *Acht um Chóipcheart agus Cearta Gaolmhara, 2000*. Ní údaraítear aon úsáid dá éis chun aon chríche ach amháin chun na críche dá bhfuil sé beartaithe. Ní ghlacann an Coimisiún aon dliteanas as sárú ar bith ar chearta tríú páirtí a eascraíonn as dáileadh ná as úsáid neamhúdaraíthe an scrúdpháipéir seo.

Scrúdú na hArdteistiméireachta – Ardleibhéal

Matamaitic Páipéar 1

Dé hAoine 6 Meitheamh

Tráthnóna 2:00 - 4:30