2021.M29T

2021L003A1IL

Coimisiún na Scrúduithe Stáit
State Examinations Commission

Scrúdú na hArdteistiméireachta 2021

Matamaitic

Páipéar 1

Ardleibhéal

Dé hAoine 11 Meitheamh Tráthnóna 2:00 – 4:30

220 marc

Scrúduimhir

Lá agus Mí do Bhreithe

Mar shampla, cuirtear
3 Feabhra isteach mar 0302

Stampa an Ionaid

Ná scríobh ar an leathanach seo

Treoracha

Tá **dhá** roinn sa scrúdpháipéar seo.

Roinn A	Coincheapa agus Scileanna	120 marc	6 cheist
Roinn B	Comhthéacsanna agus Feidhmeanna	100 marc	4 cheist

Freagair na ceisteanna mar a leanas:

- ceithre cheist ar bith as Roinn A – Coincheapa agus Scileanna
- dhá cheist ar bith as Roinn B – Comhthéacsanna agus Feidhmeanna.

Scríobh do scrúduimhir sa bhosca atá ar an gclúdach tosaigh.

Scríobh do chuid freagraí le peann i ndúch gorm nó dubh.
Is féidir leat peann luaidhe a úsáid i gcás graif agus léaráidí amháin.

Déanfar an leabhrán scrúdaithe seo a scanadh agus is ar scáileán a chuirfear do chuid oibre i láthair an scrúdaitheora. Mar sin is féidir nach bhfeicfidh an scrúdaitheoir aon rud a scríobhfaidh tú taobh amuigh de bhoscaí na bhfreagraí.

Scríobh na freagraí go léir sa fhreagarleabhar seo. Tá spás i gcomhair obair bhreise i gcúl an fhreagarleabhair. Má bhaineann tú úsáid as, lipéadaigh aon obair bhreise go soiléir le huimhir na ceiste agus leis an chuid den cheist.

Tabharfaidh an feitheoir cóip den leabhrán *Foirmlí agus Táblaí* duit. Caithfidh tú é a thabhairt ar ais ag deireadh an scrúdaithe. Níl cead agat do chóip féin a thabhairt isteach sa scrúdú.

Caillfidh tú marcanna mura mbíonn obair thacaíochta ábhartha san áireamh agat i do réitigh.

Is féidir go gcaillfidh tú marcanna mura dtugann tú na haonaid tomhais chuí sna freagraí, de réir mar a oireann.

Is féidir go gcaillfidh tú marcanna mura dtugann tú na freagraí san fhoirm is simplí, de réir mar a oireann.

Scríobh déanamh agus múnla d'áireamhá(i)n anseo:

Roinn A — Coincheapa agus Scileanna — 120 marc

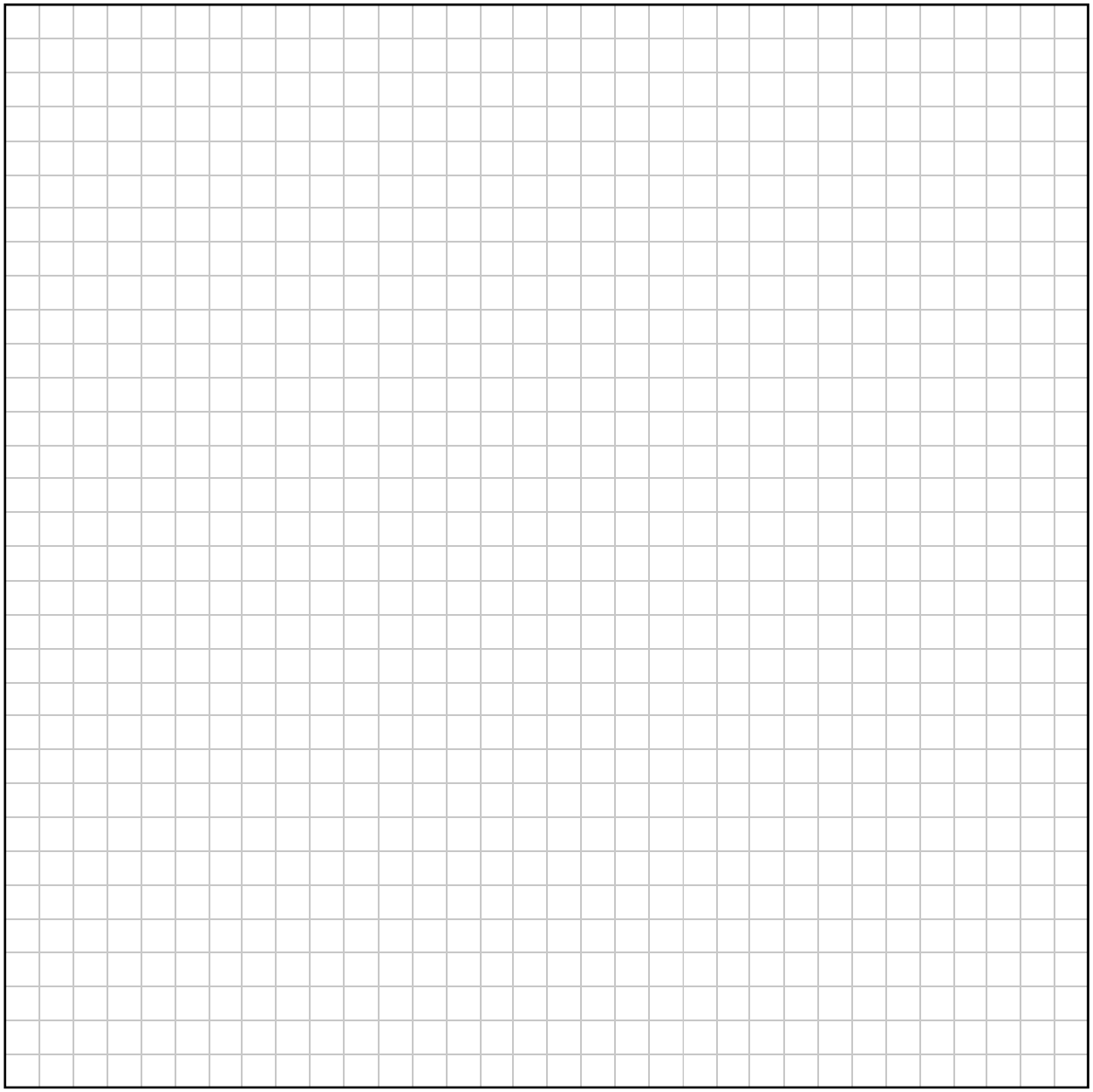
Freagair **ceithre** cheist **ar bith** as an roinn seo.

Ceist 1 **(30 marc)**

(a) $\frac{(4-2i)}{(2+4i)} = 0 + ki$, áit a bhfuil $k \in \mathbb{Z}$ agus $i^2 = -1$. Faigh luach k.

(b) Faigh $\sqrt{-5 + 12i}$.
Bíodh an dá fhreagra san fhoirm $a + bi$, áit a bhfuil $a, b \in \mathbb{R}$.

(c) Bain úsáid as Teoirim De Moivre chun na **trí** fhréamh de chuid $z^3 = -8$ a fháil.
Bíodh gach ceann de do fhreagraí san fhoirm $a + bi$, áit a bhfuil $a, b \in \mathbb{R}$, agus $i^2 = -1$.



Ceist 2 **(30 marc)**

(a) Glac leis go bhfuil $x = -3$ ina réiteach ar $|x + p| = 5$, agus faigh an dá luach ar p, áit a bhfuil $p \in \mathbb{Z}$.

(b) Tá $(x + 4)$ ina fhachtóir ag $f(x) = x^3 + qx^2 - 22x + 56$, áit a bhfuil $x \in \mathbb{R}$ agus $q \in \mathbb{Z}$.

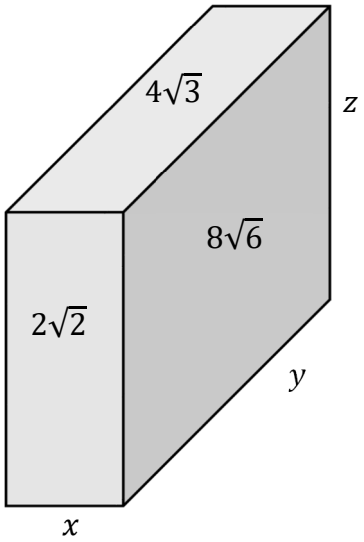
Taispeáin go bhfuil $q = -5$, **agus** faigh na trí fhréamh de chuid $f(x)$.

Taispeáin:

Fréamhacha = (, ,)

Ceist 3 **(30 marc)**

Sa léaráid taispeántar ciúbóideach ag a bhfuil na toisí x, y agus z cm.
Ina theannta sin, taispeántar achair trí cinn dá aghaidheanna, ina cm^2.



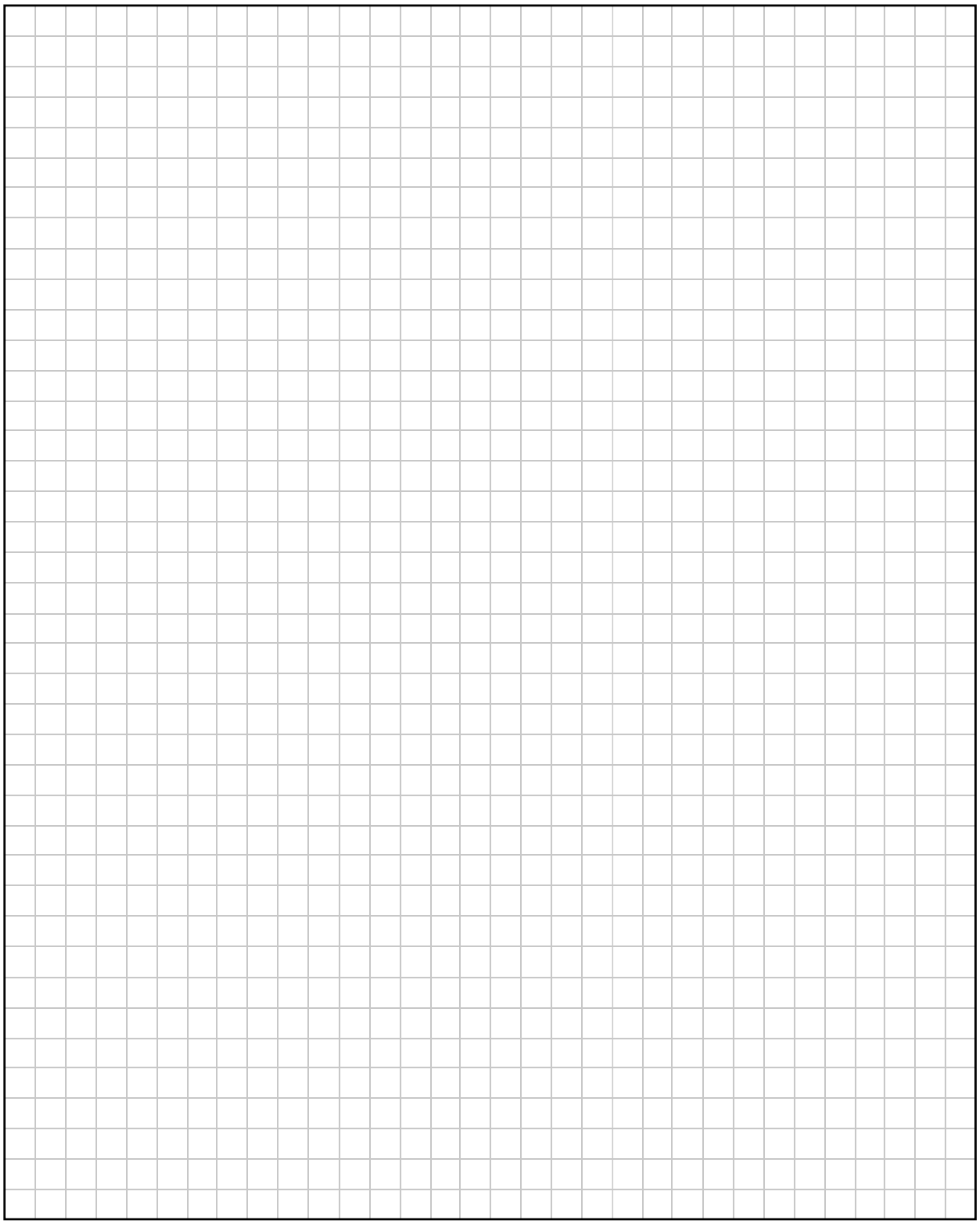
(a) Faigh **toirt** an chiúbóidigh san fhoirm $a\sqrt{b}$ cm^3, áit a bhfuil $a, b \in \mathbb{N}$.

(b) **(i)** Glac leis go bhfuil $f(x) = 3x^2 + 8x - 35$, áit a bhfuil $x \in \mathbb{R}$, agus faigh an dá fhréamh de chuid $f(x) = 0$.

(ii) Uaidh sin nó ar shlí eile, réitigh an chothromóid $3^{2m+1} = 35 - 8(3^m)$, áit a bhfuil $m \in \mathbb{R}$.
Bíodh do fhreagra san fhoirm $m = \log_3 p - q$, áit a bhfuil $p, q \in \mathbb{N}$.

Ceist 4 **(30 marc)**

(a) Cruthaigh, agus ionduchtú á úsáid agat, go bhfuil $2^{3n-1} + 3$ inroinnte ar 7 i gcás gach $n \in \mathbb{N}$.



(b) Is seicheamh **comhbhreise** é $p,\ p+7,\ p+14,\ p+21, \ldots \ldots$, áit a bhfuil $p \in \mathbb{N}$.

(i) Faigh an $n^{ú}$ téarma, T_n, i dtéarmaí n agus p, áit a bhfuil $n \in \mathbb{N}$.

(ii) Faigh an luach is lú ar p a fhágann go bhfuil 2021 ina théarma sa seicheamh.

Ceist 5 **(30 marc)**

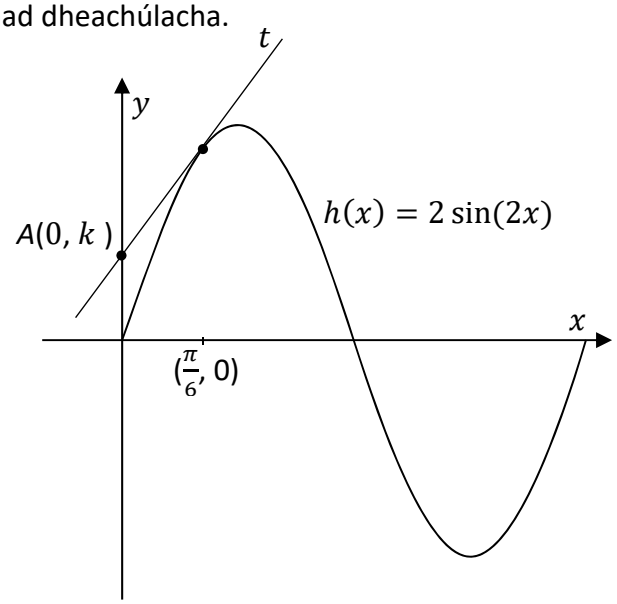
(a) Is féidir **díorthach** $f(x) = 2x^3 + 6x^2 - 12x + 3$ a shloinneadh san fhoirm $f'(x) = a(x + b)^2 + c$, áit a bhfuil $a, b, c \in \mathbb{Z}$ agus $x \in \mathbb{R}$.

(i) Faigh luach a, luach b, agus luach c.

$a =$ $b =$ $c =$

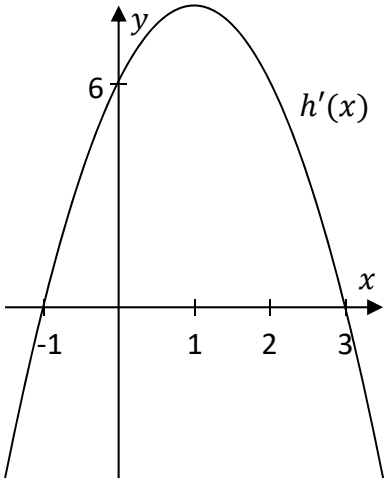
(ii) Má tá $g(x) = 36x + 5$, faigh raon na luachanna ar x a fhágann go bhfuil $f'(x) > g'(x)$.

(b) Sa léaráid thíos taispeántar t, an líne atá ina tadhlaí le $h(x) = 2\sin(2x)$, áit a bhfuil $0 \leq x \leq \pi$, ag an bpointe a bhfuil $x = \frac{\pi}{6}$.
Is é $A(0, k)$, áit a bhfuil $k \in \mathbb{R}$, an pointe ag a dtrasnaíonn t an y-ais.
Faigh luach k, ceart go dtí dhá ionad dheachúlacha.



Ceist 6 **(30 marc)**

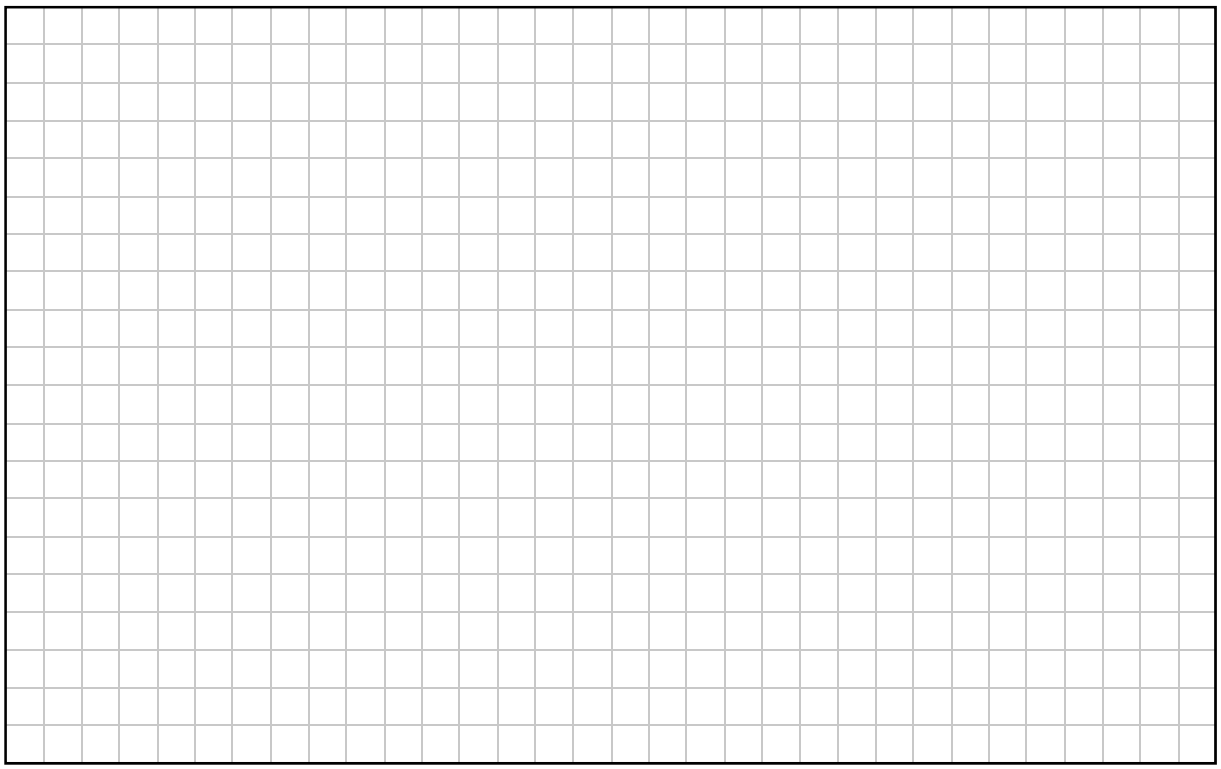
Sa léaráid thíos taispeántar graf $h'(x)$, an díorthach de chuid fheidhm chiúbach $h(x)$.



(a) Taispeáin go bhfuil $h'(x) = -2x^2 + 4x + 6$.

(b) Bain úsáid as $h'(x)$ chun an t-uasluach deimhneach le haghaidh **fána** tadhlaí le $h(x)$ a fháil.

(c) Gabhann graf $h(x)$ tríd an bpointe $(0, -2)$.
Faigh cothromóid $h(x)$.

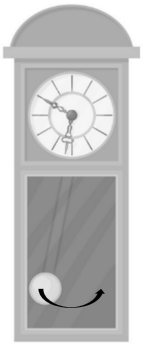


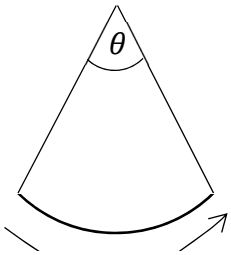
Roinn B — Comhthéacsanna agus Feidhmeanna — 100 marc

Freagair **dhá** cheist **ar bith** as an roinn seo.

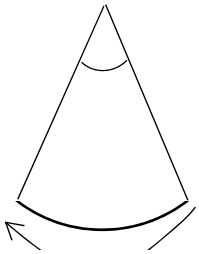
Ceist 7 **(50 marc)**

Tá clog urláir ann ina bhfuil luascadán, agus déanann rinn an luascadáin luascadh tosaigh trí stua 45 cm ar fad.
Ar gach luascadh ina dhiaidh sin, bíonn fad an stua 90% d'fhad an stua roimhe.





Luascadh 1
45 cm



Luascadh 2
45(0·9) cm

(a) **(i)** Comhlánaigh an tábla thíos trí na faid atá in easnamh a chur isteach.

Luascadh	1	2	3	4	5
Fad an stua (cm)	45		$\frac{729}{20}$		

(ii) Is é $T_n = 45(0{\cdot}9)^{n-1}$ fad an stua le haghaidh luascadh n.
Faigh fad an stua i gcomhair luascadh 25, ceart go dtí ionad deachúlach amháin.

(iii) Faigh an fad **iomlán** a bheidh déanta ag rinn an luascadáin nuair a bheidh luascadh 40 críochnaithe aici. Bíodh do fhreagra, ina cm, ceart go dtí an tslánuimhir is gaire.

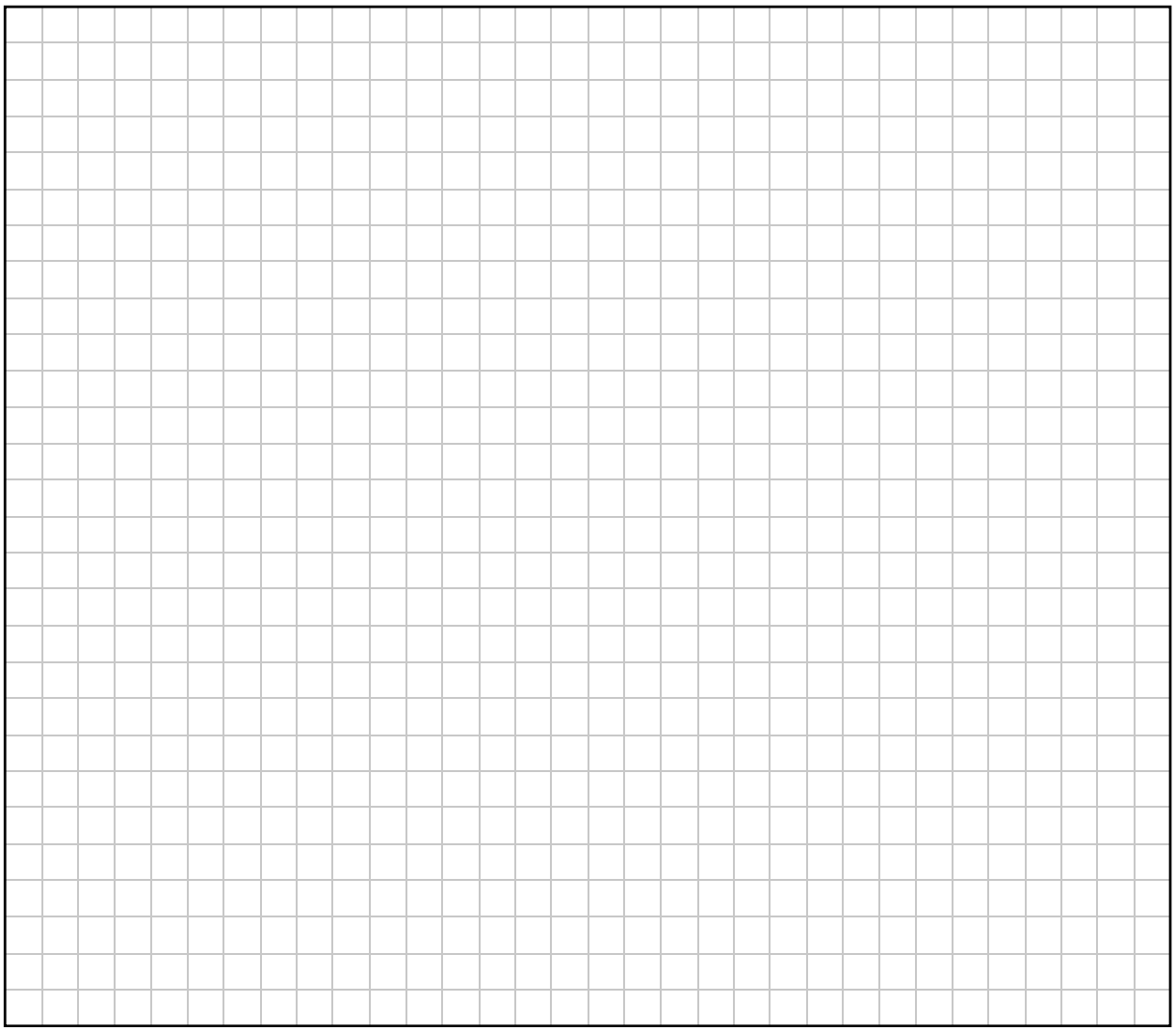
(iv) Is é luascadh p an chéad luascadh a mbíonn fad stua níos lú ná 2 cm aige.
Faigh luach p.

Leantar den cheist seo ar an gcéad leathanach eile.

(b) **(i)** Más 1 m é fad an luascadáin, taispeáin go bhfuil luach 26° ag an uillinn, θ, le haghaidh luascadh 1 den luascadán, ceart go dtí an chéim is gaire.

(ii) Uaidh sin, faigh an uillinn charnach iomlán trína luascann an luascadán (i.e. suim na n-uillinneacha go léir trína luascann sé go dtí go stadann sé den luascadh). Bíodh do fhreagra ceart go dtí an chéim is gaire.

(iii) Uaidh sin, nó ar shlí eile, faigh an **fad iomlán** a bheidh déanta ag rinn an luascadáin tar éis di gluaiseacht trí leath den uillinn charnach iomlán.
Bíodh do fhreagra, ina cm, ceart go dtí an tslánuimhir is gaire.



Ceist 8 **(50 marc)**

(a) Sa tábla i g**cuid (a)(ii)** thíos taispeántar roinnt luachanna de chuid na feidhme seo a leanas:

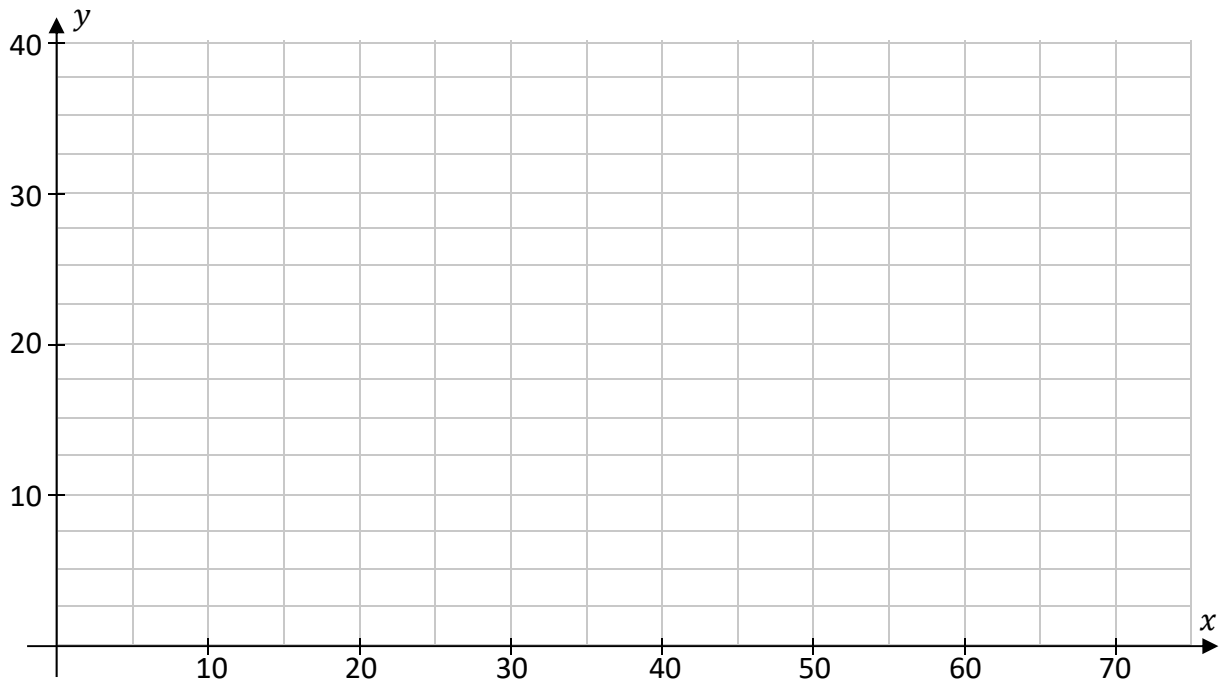
$$h(x) = 0{\cdot}001x^3 - 0{\cdot}12x^2 + px + 5, \;\; x \in \mathbb{R},$$

san fhearann $0 \leq x \leq 75$.

(i) Bain úsáid as $h(10) = 30$ chun a thaispeáint go bhfuil $p = 3{\cdot}6$

(ii) Comhlánaigh an tábla thíos, agus uaidh sin tarraing graf $h(x)$ san fhearann $0 \leq x \leq 75$ ar an ngreille thíos.

x	0	10	20	30	40	50	60	70	75
$h(x)$		30			21		5		21·875



(b) Is féidir an fheidhm $h(x)$ a úsáid chun samhaltú a dhéanamh ar an airde os cionn talamh leibhéalta (ina méadair) ag a mbíonn cuid den chonair a leanann raon rollchóstóra, ait arb é x an fad cothrománach ó phointe fosaithe.

(i) Faigh $h'(x)$, díorthach $h(x)$.

(ii) Taispeáin go sroicheann an chuid seo den raon a airde uasta os cionn talamh leibhéalta nuair a bhíonn $x = 20$.

Leantar den cheist seo ar an gcéad leathanach eile.

(iii) Agus tú ag baint úsáid as an gcalcalas, faigh an airde os cionn talaimh, ina méadair, ag an meandar a théann an raon trí phointe athchasaidh.
Tá an fheidhm $h(x) = 0{\cdot}001x^3 - 0{\cdot}12x^2 + 3{\cdot}6x + 5$.

(c) Bain úsáid as an bhfeidhm $h(x) = 0{\cdot}001x^3 - 0{\cdot}12x^2 + 3{\cdot}6x + 5, \ \ x \in \mathbb{R}$, agus faigh meánairde na coda den raon os cionn talamh leibhéalta nuair atá $x = 0$ go dtí $x = 75$.
Bíodh do fhreagra ina mhéadair, ceart go dtí 2 ionad dheachúlacha.

Ceist 9 **(50 marc)**

(a) Tá teocht 95° C ag cupán caife úrdhéanta.
Tugtar teocht an chaife, T, ina céimeanna ceinteagráid, le linn dó fuarú de réir na foirmle

$$T(t) = Ae^{-0{\cdot}081t} + 20$$

áit a bhfuil A tairiseach agus áit a dtomhaistear t ina nóiméid ón am a rinneadh an caife.

(i) Taispeáin go bhfuil $A = 75$.

(ii) Mínigh cad dó a seasann an luach 20 san fhoirmle i gcomhthéacs fhuarú an chaife.

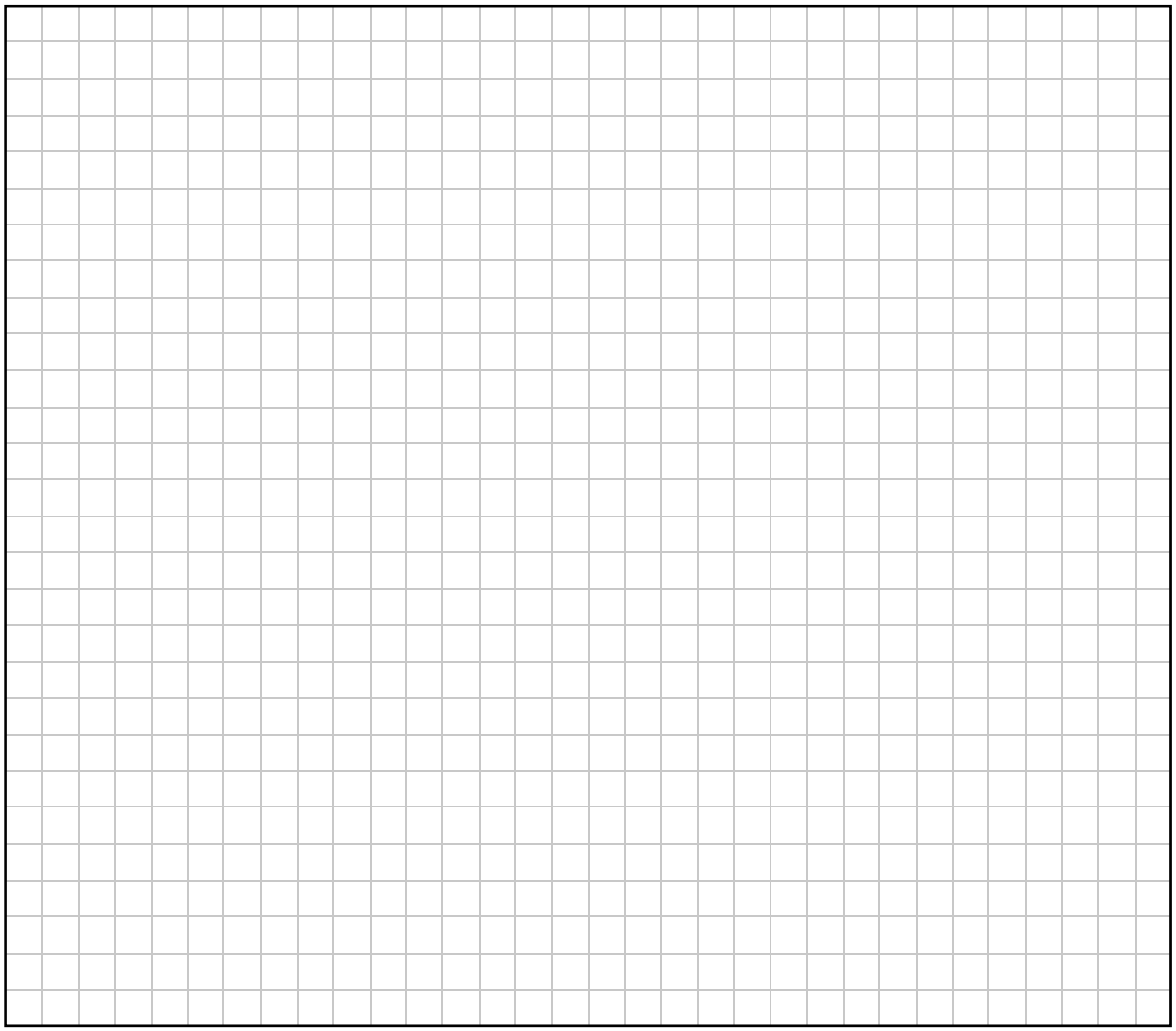
(iii) Faigh an **laghdú** ar theocht an chaife 10 nóiméad tar éis a dhéanta.
Bíodh do fhreagra ceart go dtí an tslánuimhir is gaire.

Leantar den cheist seo ar an gcéad leathanach eile.

(b) Tugtar teocht an chaife ag am t leis an bhfoirmle $T(t) = 75e^{-0\cdot081t} + 20$.
Más ag teocht 82°C is fearr a bhíonn caife lena ól, faigh an t-am, go dtí an soicind is gaire, a thógann sé ar an gcaife an teocht sin a bhaint amach.

(c) Faigh, go dtí an °C is gaire, an teocht a bheidh bainte amach ag an gcaife nuair atá $T'(t) = -4\cdot05$, áit arb é $T'(t)$ an ráta, ina °C in aghaidh an nóiméid, ar a mbíonn an caife ag fuarú.

(d) Cuirtear ciúb siúcra isteach sa chaife.
Coinníonn an siúcra a chruth ciúbach de réir mar a dhéantar é a thuaslagadh.
De réir mar a thuaslagtar an ciúb, tagann laghdú ar a thoirt ar ráta tairiseach $\frac{1}{20}$ cm^3/sec.
Glac leis gurb é $x(t)$ fad sleasa an chiúib ag am t.
Faigh ráta athraithe $x(t)$ nuair a shroicheann toirt an chiúib $\frac{1}{64}$ cm^3.



Ceist 10 **(50 marc)**

(a) Tá uisce ag sreabhadh isteach in umar agus á bhaint as.
Tomhaistear toirt an uisce san umar ar bhonn laethúil, ag tosnú ar lá 0.
Is féidir samhaltú a dhéanamh ar thoirt an uisce san umar, ina lítir, leis an bhfoirmle

$$V(t) = 60 + 41t - 3t^2, \text{ nuair atá } V(t) \geq 0,$$

áit arb é $t \in \mathbb{R}$ an t-am ina laethanta, ag tosú ar lá 0.
Bain úsáid as an bhfeidhm $V(t)$ chun na 4 cheist seo a leanas a fhreagairt.

(i) Faigh luach t nuair a bhíonn an t-umar folamh.

(ii) Faigh an ráta ar a mbíonn toirt an uisce san umar ag athrú nuair atá $t = 5$.

(iii) Faigh luach t nuair a bhíonn toirt an uisce san umar ag a uasmhéid.

(iv) Faigh toirt uasta an uisce san umar, ceart go dtí an lítear is gaire.

Leantar den cheist seo ar an gcéad leathanach eile.

(b) Tá crainn den aois chéanna, den mhéid céanna agus den chineál céanna ag fás ar an ráta céanna i bhforaois. Is féidir ga stoic crainn a thomhas ag deireadh gach séasúr fáis.
Is féidir samhaltú a dhéanamh ar an **méadú**, ina cm, ar ghathanna stoic na gcrann sin **gach bliain**, le linn tréimhse áirithe 10 mbliana, leis an bhfoirmle:

$$I(t) = 1{\cdot}5 + \sin\frac{\pi t}{5},$$

áit a bhfuil $1 \leq t \leq 10$, agus ait a ndéantar $t \in \mathbb{N}$ a thomhas ina bhlianta.

Uaidh sin $r(1) = r(0) + I(1)$,

$r(2) = r(1) + I(2)$, ...,

$r(t+1) = r(t) + I(t+1)$

áit arb é $r(t)$ ga stoic an chrainn tar éis t bliana
agus áit arb é $r(0)$ ga stoic crainn ag tús bhliain 1.

(i) Chun go mbeidh réasún leis an samhaltú is gá dó roinnt coinníollacha a shásamh.
Tá coinníoll amháin scríofa thíos:

- *Bíonn gathanna na gcrann ag méadú bliain in aghaidh bliana*.

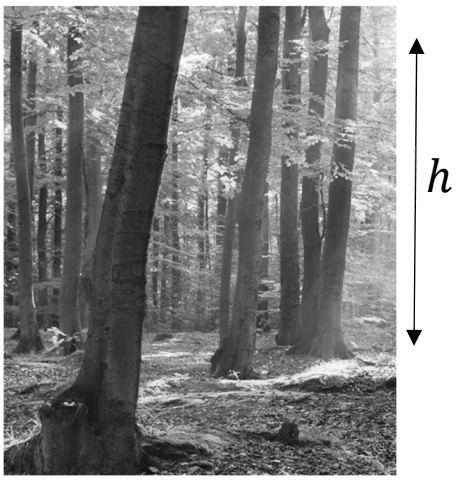
Taispeáin go sásaíonn $r(t)$ an coinníoll sin.

(ii) Taispeáin go bhfuil $I(6) < I(5)$, agus mínigh cad is brí leis sin i gcomhthéacs fás crainn.

Taispeáin:

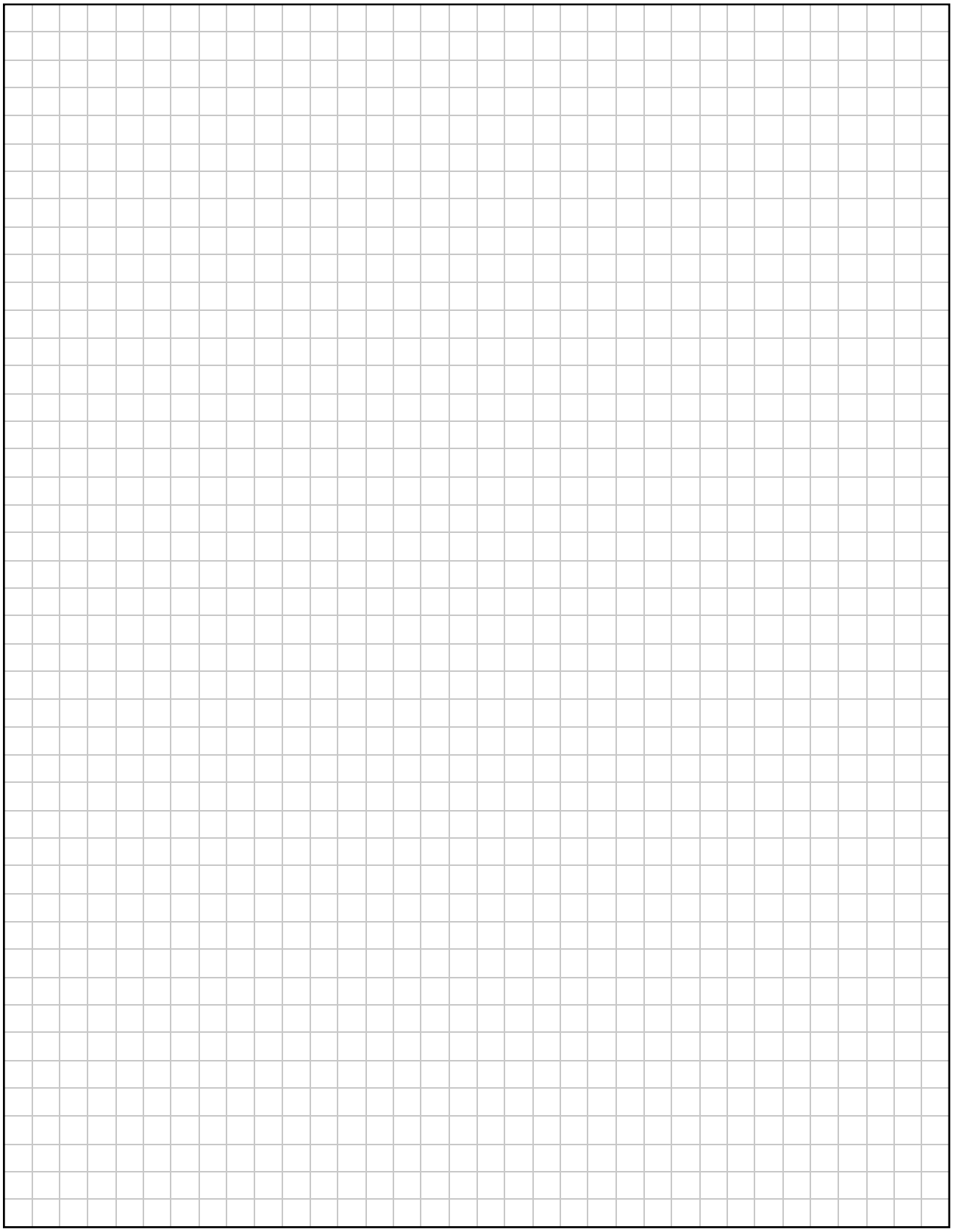
Miniú:

(iii) Tá dhá chrann chomhionanna ag fás sa bhforaois.
Ag tús bhliain 1, leagadh crann amháin agus cuireadh cuid dá stoc, a raibh cruth sorcóra uirthi, chuig muileann sábhadóireachta. Ag an sorcóir bhí ga 10 cm, fad caighdeánach h cm, agus toirt V_1 cm^3.
Ag glacadh leis go bhfuil $r(0) = 10$, is féidir an fhoirmle $r(t+1) = r(t) + I(t+1)$, áit a bhfuil $t \in \mathbb{N}$, a úsáid chun ga an dara crann a fháil le haghaidh luachanna t eile ina dhiaidh sin.
Faigh $r(2)$, ga an dara crann ag $t = 2$.
Bíodh do fhreagra san fhoirm $a + \sin\frac{b\pi}{5} + \sin\frac{c\pi}{5}$, áit a bhfuil a, b, agus $c \in \mathbb{N}$.

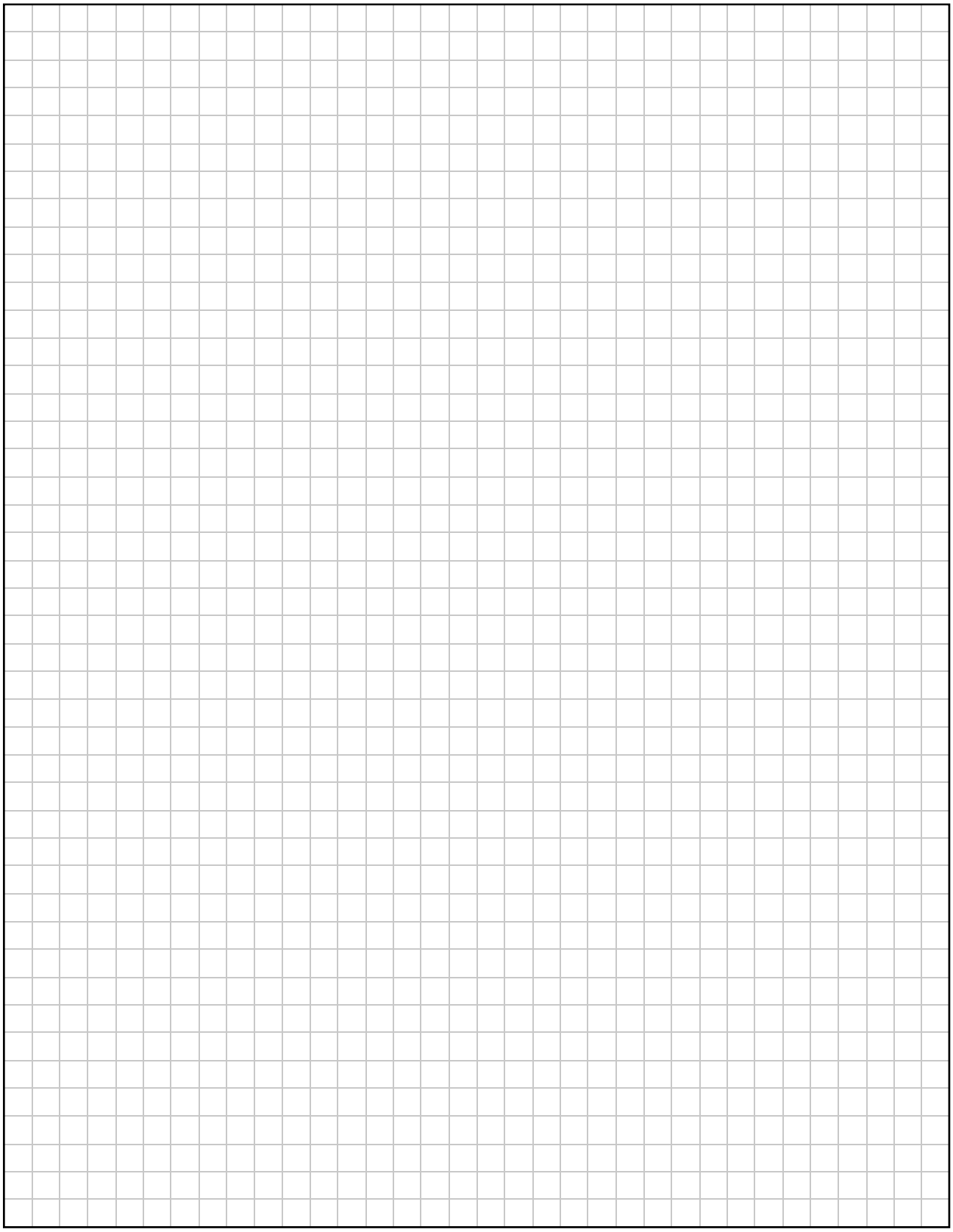


(iv) Ag $t = 10$ leagadh an dara crann agus cuireadh cuid dá stoc a raibh cruth sorcóra uirthi, chuig muileann sábhadóireachta freisin.
Ag an sorcóir sin bhí ga $r(10)$ cm, fad caighdeánach h cm, agus toirt V_2 cm^3.
Má tá $V_2 = kV_1$, áit a bhfuil $k \in \mathbb{R}$, faigh luach k.

Leathanach le haghaidh obair bhreise.
Lipéadaigh aon obair bhreise go soiléir le huimhir na ceiste agus leis an chuid den cheist.



Leathanach le haghaidh obair bhreise.
Lipéadaigh aon obair bhreise go soiléir le huimhir na ceiste agus leis an chuid den cheist.



Ná scríobh ar an leathanach seo

Fógra cóipchirt
D'fhéadfadh sé go bhfuil téacsanna nó íomhánna sa scrúdpháipéar seo nach é Coimisiún na Scrúduithe Stáit úinéir an chóipchirt ina leith, agus d'fhéadfadh sé gur athchóiríodh iad, chun críche measúnaithe, gan cead na n-údar a fháil roimh ré. Ullmhaíodh an scrúdpháipéar seo de réir *Alt 53(5) den Acht um Chóipcheart agus Cearta Gaolmhara, (2000)*. Ní údaraítear aon úsáid dá éis chun aon chríoch ach amháin chun na críche dá bhfuil sé beartaithe. Ní ghlacann an Coimisiún aon dliteanas as sárú ar bith ar chearta tríú páirtí a eascraíonn as dáileadh nó úsáid neamhúdaraithe an scrúdpháipéir seo.

Scrúdú na hArdteistiméireachta – Ardleibhéal

Matamaitic Páipéar 1

Dé hAoine 11 Meitheamh

Tráthnóna 2:00 – 4:30