Coimisiún na Scrúduithe Stáit

An Ardteistiméireacht 2013

Aistriúchán
Ar Scéim Mharcála

Matamaitic
(Tionscadal Mata – Céim 3)

Ardleibhéal

Nóta do mhúinteoirí agus do scoláirí faoi úsáid na scéimeanna marcála foilsithe

Níl na scéimeanna marcála a fhoilsíonn Coimisiún na Scrúduithe Stáit ceaptha lena n-úsáid mar cháipéisí astu féin. Is áis riachtanach iad ag scrúdaitheoirí a théann faoi oiliúint i léirléamh agus i gcur i bhfeidhm ceart na scéime. Mar chuid den oiliúint sin, as measc rudaí eile, déantar samplaí d'obair na scoláirí a mharcáil agus déantar plé ar na marcanna a bhronntar, mar mhaithe le cur i bhfeidhm ceart na scéime a shoiléiriú. Déanann Scrúdaitheoirí Comhairleacha monatóireacht ar obair na scrúdaitheoirí ina dhiaidh sin le cinntiú go gcuirtear an scéim mharcála i bhfeidhm go comhleanúnach agus go beacht. Bíonn an Príomhscrúdaitheoir i bhfeighil an phróisis agus is gnách go mbíonn Príomhscrúdaitheoir Comhairleach ag cuidiú leis. Is é an Príomhscrúdaitheoir an t-údarás deiridh i dtaca le cé acu a cuireadh an scéim mharcála i bhfeidhm i gceart ar aon phíosa d'obair iarrthóra nó nár cuireadh.
Is cáipéisí oibre na scéimeanna marcála. Cé go n-ullmhaítear dréachtscéim mharcála roimh an scrúdú, ní chuirtear bailchríoch uirthi go dtí go gcuireann scrúdaitheoirí i bhfeidhm ar obair iarrthóirí í agus go dtí go mbailítear agus go meastar an t-aiseolas ó na scrúdaitheoirí uile, i bhfianaise raon iomlán na bhfreagraí a thug na hiarrthóirí, leibhéal foriomlán deacrachta an scrúdaithe agus an ghá le comhleanúnachas caighdeán a choimeád ó bhliain go bliain. Aistriúchán ar an scéim chríochnaithe atá sa cháipéis fhoilsithe seo, mar a cuireadh i bhfeidhm ar obair na n-iarrthóirí uile í.

Is cóir a nótáil i gcás scéimeanna ina bhfuil freagraí nó réitigh eiseamláireacha nach bhfuil sé i gceist a chur in iúl go bhfuil na freagraí ná na réitigh sin uileghabhálach. D'fhéadfadh sé go bhfuil leaganacha éagsúla nó malartacha ann a bheadh inghlactha freisin. Ní mór do na scrúdaitheoirí tuillteanas gach freagra a mheas agus téann siad i gcomhairle lena Scrúdaitheoirí Comhairleacha nuair a bhíonn amhras orthu.

Scéimeanna Marcála san am atá le teacht

Ní cóir talamh slán a dhéanamh d'aon rud a bhaineann le scéimeanna marcála san am atá le teacht bunaithe ar scéimeanna a bhí ann cheana. Cé go mbíonn na bunphrionsabail mheasúnachta mar an gcéanna, is féidir go mbeadh athrú ar shonraí marcála cineál áirithe ceiste i gcomhthéacs na páirte a bheadh ag an gceist sin sa scrúdú foriomlán bliain áirithe ar bith. Bíonn sé de fhreagracht ar an bPríomhscrúdaitheoir bliain áirithe ar bith a dhéanamh amach cén tslí is fearr a chinnteoidh go measfar obair na n-iarrthóirí go cothrom agus go cruinn, agus go gcoimeádfar caighdeán comhleanúnach measúnachta ó bhliain go bliain. Dá réir sin, d'fhéadfadh gnéithe de struchtúr, de mhionsonraí agus de chur i bhfeidhm na scéime marcála in ábhar áirithe athrú ó bhliain go bliain gan rabhadh.

Clár Ábhar

Leathanach

Páipéar 1

Réitigh Shamplacha 3

Scéim mharcála 24

- Struchtúr na scéime marcála 24
- Achoimre ar leithroinnt na marcanna agus ar na scálaí atá le cur i bhfeidhm 25
- Nótaí mionsonraithe marcála 26

Páipéar 2

Réitigh Shamplacha 37

Scéim mharcála 61

- Struchtúr na scéime marcála 61
- Achoimre ar leithroinnt na marcanna agus ar na scálaí atá le cur i bhfeidhm 62
- Nótaí mionsonraithe marcála 63

Marcanna breise as ucht freagairt trí Gaeilge 75

Leathanach Bán

Coimisiún na Scrúduithe Stáit

Scrúdú na hArdteistiméireachta, 2013

Matamaitic
(Tionscadal Mata – Céim 3)

Páipéar 1

Ardleibhéal

Dé hAoine, 7 Meitheamh Tráthnóna, 2:00 – 4:30

300 marc

Réitigh Shamplacha – Páipéar 1

Tabhair do d'aire: níl sé i gceist gur liostaí iomlána atá sna réitigh shamplacha ar gach ceist ar leith – d'fhéadfadh sé tarlú go bhfuil réitigh chearta eile ann. Aon scrúdaitheoir atá éiginnte faoi bhailíocht an chuir chuige a ghlacann aon iarrthóir ar leith i gcás aon cheiste, ba chóir dó/di teagmháil a dhéanamh lena scrúdaitheoir comhairleach.

Treoracha

Tá **dhá** roinn sa scrúdpháipéar seo.

Roinn A	Coincheapa agus Scileanna	150 marc	6 cheist
Roinn B	Comhthéacsanna agus Feidhmeanna	150 marc	3 cheist

Freagair na naoi gceist go léir.

Scríobh do chuid freagraí sna spásanna atá ann dóibh sa leabhrán seo. Is féidir go gcaillfidh tú marcanna mura ndéanfaidh tú é sin. Tá spás d'obair bhreise ag deireadh an leabhráin. Is féidir páipéar breise a iarraidh ar an bhfeitheoir freisin. Lipéadaigh aon obair bhreise go soiléir le huimhir na ceiste agus an chuid den cheist.

Tabharfaidh an feitheoir cóip den leabhrán *Foirmlí agus Táblaí* duit. Caithfidh tú é a thabhairt ar ais ag deireadh an scrúdaithe. Níl cead agat do chóip féin a thabhairt isteach sa scrúdú.

Caillfear marcanna mura dtaispeántar go soiléir an obair riachtanach go léir.

Ba chóir na haonaid tomhais chuí a thabhairt sna freagraí, de réir mar a oireann.

Ba chóir freagraí a thabhairt san fhoirm is simplí, de réir mar a oireann.

Scríobh déanamh agus múnla d'áireamhá(i)n anseo:

Roinn A — Coincheapa agus Scileanna — 150 marc

Freagair **na sé cheist go léir** as an roinn seo.

Ceist 1 **(25 marc)**

Is uimhir choimpléascach í $z = \dfrac{4}{1+\sqrt{3}i}$ áit a bhfuil $i^2 = -1$.

(a) Fíoraigh gur féidir z a scríobh mar $1-\sqrt{3}i$.

$$z = \frac{4}{1+\sqrt{3}i} = \frac{4}{1+\sqrt{3}i} \times \frac{1-\sqrt{3}i}{1-\sqrt{3}i} = \frac{4-4\sqrt{3}i}{1+3} = 1-\sqrt{3}i$$

Nó

Má tá $z = \dfrac{4}{1+\sqrt{3}i} = 1-\sqrt{3}i$

ansin $4 = (1+\sqrt{3}i)(1-\sqrt{3}i) = (1)^2 + (\sqrt{3})^2 = 4$

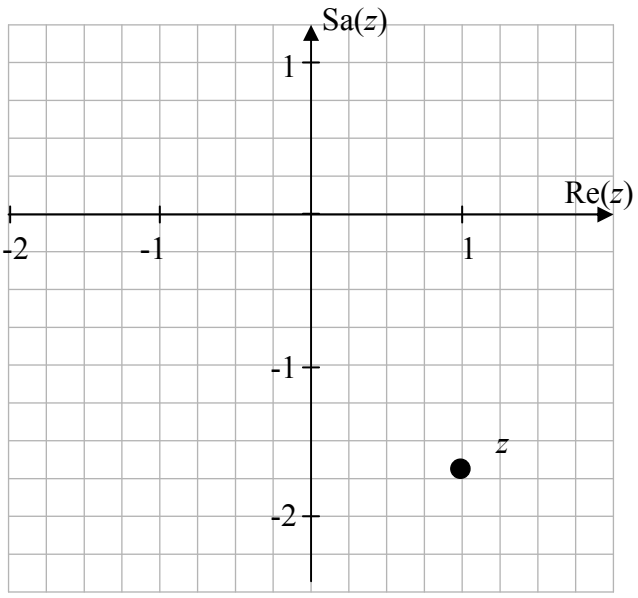
$\Rightarrow$ Fíor

(b) Breac z ar léaráid Argand agus scríobh z san fhoirm pholach.

$$\tan\alpha = \frac{\sqrt{3}}{1} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \theta = \frac{5\pi}{3}$$

$$r = |1-\sqrt{3}i| = \sqrt{1+3} = \sqrt{4} = 2$$

$$z = 2\left(\cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3}\right)$$



(c) Bain úsáid as teoirim De Moivre chun a thaispeáint go bhfuil $z^{10} = -2^9\left(1-\sqrt{3}i\right)$.

$$z^{10} = \left[2\left(\cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3}\right)\right]^{10}$$
$$= 2^{10}\left(\cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3}\right) = 2^{10}\left(\cos\frac{50\pi}{3} + i\sin\frac{50\pi}{3}\right)$$
$$= 2^{10}\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right) = 2^{10}\left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -2^9\left(1-\sqrt{3}i\right)$$

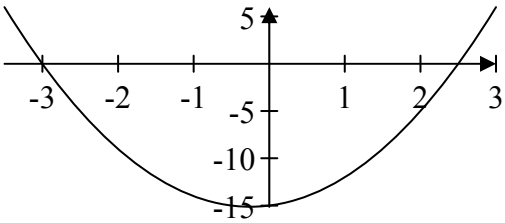
[6]

Ceist 2 **(25 marc)**

(a) Faigh tacar na réadluachanna go léir ar x a fhágann go bhfuil $2x^2 + x - 15 \geq 0$.

$2x^2 + x - 15 = 0$

$\Rightarrow (2x-5)(x+3) = 0 \Rightarrow x = 2\frac{1}{2}$ or $x = -3$



$2x^2 + x - 15 \geq 0$ for $\{x \mid x \leq -3\} \cup \{x \mid x \geq 2\frac{1}{2}\}$

Nó

$f(x) = 2x^2 + x - 15 = (2x-5)(x+3)$

$(2x-5)(x+3) = 0$

$\Rightarrow x = \dfrac{5}{2}$ nó $x = -3$

(i): $x \geq -3$ agus $x \geq \dfrac{5}{2} \Rightarrow x \geq \dfrac{5}{2}$

(ii): $x \leq -3$ agus $x \leq \dfrac{5}{2} \Rightarrow x \leq -3$

An tacar réitigh: $\{x \mid x \leq -3\} \cup \{x \mid x \geq \frac{5}{2}\}$

(b) Réitigh na cothromóidí comhuaineacha;

$$x + y + z = 16$$
$$\frac{5}{2}x + y + 10z = 40$$
$$2x + \frac{1}{2}y + 4z = 21.$$

$$\begin{array}{l} x + y + z = 16 \\ \frac{5}{2}x + y + 10z = 40 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 2x + 2y + 2z = 32 \\ 5x + 2y + 20z = 80 \\ \hline 3x \quad\quad + 18z = 48 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x + y + z = 16 \\ 4x + y + 8z = 42 \\ \hline 3x \quad + 7z = 26 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3x + 18z = 48 \\ 3x + 7z = 26 \\ \hline 11z = 22 \end{array} \Rightarrow z = 2$$

$3x + 7z = 26 \Rightarrow 3x + 7(2) = 26 \Rightarrow 3x = 12 \Rightarrow x = 4$

$x + y + z = 16 \Rightarrow 4 + y + 2 = 16 \Rightarrow y = 10$

[7]

Ceist 3 **(25 marc)**

Is féidir le saineolaithe aois rudaí ársa áirithe a mheas ach an chomhréir idir carbón−14 agus an méid iomlán carbóin sa rud a thomhas. Úsáidtear an fhoirmle $Q = e^{-\frac{0\cdot693t}{5730}}$, áit arb é Q an codán de charbón−14 atá fágtha agus arb é t aois an ruda ina blianta.

(a) Tá rud 2000 bliain d'aois. Bain úsáid as an bhfoirmle chun an codán de charbón−14 sa rud a fháil.

$$Q = e^{-\frac{0\cdot693t}{5730}} = e^{-\frac{0\cdot693\times2000}{5730}} = 0\cdot7851$$

(b) Ba é 0·3402 an codán de charbón−14 a bhí i rud a fuarthas i Loch na Buaraí, Contae Uíbh Fhailí. Déan aois an ruda sin a mheas, ceart go dtí dhá fhigiúr bhunúsacha.

$$Q = e^{-\frac{0\cdot693t}{5730}} = 0\cdot3402$$

$$\Rightarrow -\frac{0\cdot693t}{5730} = \ln 0\cdot3402$$

$$\Rightarrow t = -\frac{5730\times\ln 0\cdot3402}{0\cdot693} \approx 8915 \approx 8900 \text{ bliain}$$

[8]

Ceist 4 **(25 marc)**

(a) Choigil Niamh a cuid airgid chun carr a cheannach. Choigil sí an tsuim chéanna i dtosach gach míosa i gcuntas a thuill Ráta Coibhéiseach Bliantúil (AER) de 4%.

(i) Taispeáin gurb é an ráta úis, iolraithe gach mí, atá coibhéiseach le AER ag 4%, ná 0·327%, ceart go dtí 3 ionad dheachúlacha.

$(1+i)^{12} = 1\cdot 04 \Rightarrow 1+i = \sqrt[12]{1\cdot 04} = 1\cdot 003273 \Rightarrow i = 0\cdot 003274$

Uaidh sin, $i = 0{\cdot}327\%$

Nó

$(1{\cdot}00327)^{12} = 1{\cdot}039953481$

$= 1{\cdot}0400$

$r = 4\%$

(ii) Tá €15 000 ag Niamh sa chuntas ag deireadh 36 mí. Cé mhéad a choigil sí gach mí, ceart go dtí an euro is gaire?

$$15000 = P\left(1\cdot 00327^{36} + 1\cdot 00327^{35} + \cdots + 1\cdot 00327^{2} + 1\cdot 00327\right)$$

$$\Rightarrow P\left[\frac{1\cdot 00327\left(1\cdot 00327^{36} - 1\right)}{1\cdot 00327 - 1}\right] = 15000$$

$$\Rightarrow P[38\cdot 26326387] = 15000$$

$$\Rightarrow P = 392\cdot 02 \;=\; €392$$

Nó

[9]

- Amúchadh:

  Céim 1: Luach laithreach

$$P = \frac{F}{(1+i)^t}$$

$$P = \frac{15000}{(1\cdot 04)^3} = 13334\cdot 95 \quad \text{NÓ} \quad P = \frac{15000}{(1\cdot 00327)^{36}} = 13336\cdot 73$$

  Céim 2:

$$A = \frac{(13334\cdot 95)(0\cdot 00327)(1\cdot 00327)^{36}}{1\cdot 00327^{36} - 1}$$

$$= €393\cdot 25$$

$$= €393$$

Nó

- Luach Laithreach

$$P = \frac{F}{(1+i)^t}$$

$$P = \frac{15000}{(1\cdot 04)^3} = 13334\cdot 95$$

$$13334\cdot 95 = A\left(\frac{1}{1\cdot 00327} + \frac{1}{(1\cdot 00327)^2} + \ldots\ldots\ldots \frac{1}{(1\cdot 00327)^{36}}\right)$$

$$13334\cdot 95 = A\left[\frac{\frac{1}{1\cdot 00327}\left(1-\left(\frac{1}{1\cdot 00327}\right)^{36}\right)}{1-\frac{1}{1\cdot 00327}}\right]$$

$$A = €393\cdot 25$$

$$A = €393$$

(b) Fuair Conall iasacht chun carr a cheannach. Fuair sé €15 000 ar ráta míosúil úis de 0·866%. Rinne sé 36 íocaíocht mhíosúil chothrom chun an iasacht iomlán a aisíoc. Cé mhéad, go dtí an euro is gaire, a bhí i ngach ceann dá íocaíochtaí míosúla?

$$A = P\frac{i(1+i)^t}{(1+i)^t - 1}$$

$$= 15000\left[\frac{0\cdot 00866(1+0\cdot 00866)^{36}}{1\cdot 00866^{36}-1}\right]$$

$$= 486\cdot 77$$

An íocaíocht mhíosúil €487

Nó

$$15000 = P\left(\frac{1}{1\cdot 00866} + \frac{1}{1\cdot 00866^2} + \cdots + \frac{1}{1\cdot 00866^{36}}\right)$$

$$\Rightarrow P\left[\frac{\frac{1}{1\cdot 00866}\left(1-\frac{1}{1\cdot 00866^{36}}\right)}{1-\frac{1}{1\cdot 00866}}\right] = 15000$$

$$\Rightarrow P[30\cdot 8151777] = 15000$$

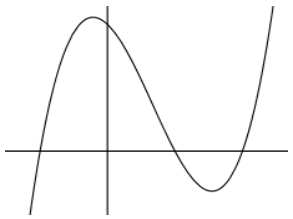
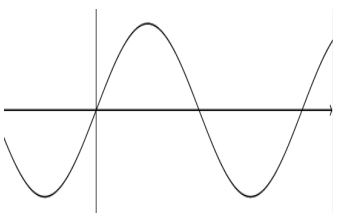
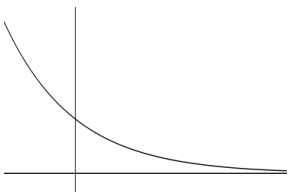
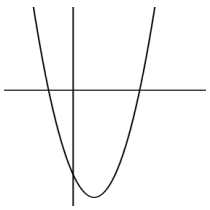
$$\Rightarrow P = 486\cdot 77$$

An íocaíocht mhíosúil €487

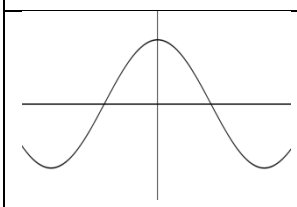
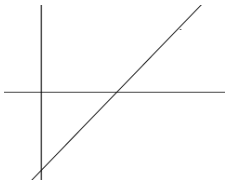
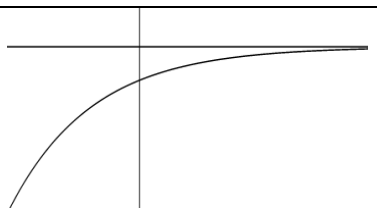
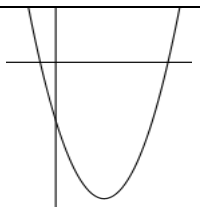
[11]

Ceist 5 **5 marc)**

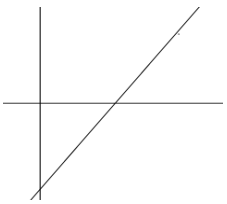
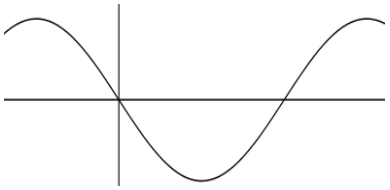
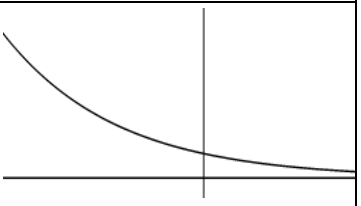
I ngach léaráid thíos taispeántar cuid de ghraf feidhme. Tá gach feidhm díobh seo cearnach nó ciúbach nó triantánúil nó easpónantúil (ní gá gur san ord sin atá siad).

f	*g*	*h*	*k*
			

I ngach léaráid thíos taispeántar cuid de ghraf an chéad díorthaigh de cheann amháin de na feidhmeanna thuas (ní gá gur san ord céanna atá siad)

A	B	C	D
			

I ngach léaráid thíos taispeántar cuid de ghraf an dara díorthach de cheann amháin de na feidhmeanna tosaigh (ní gá gur san ord céanna atá siad).

I	II	III	IV
			

(a) Comhlánaigh an tábla thíos agus déan an fheidhm a mheaitseáil lena céad díorthach agus lena dara díorthach.

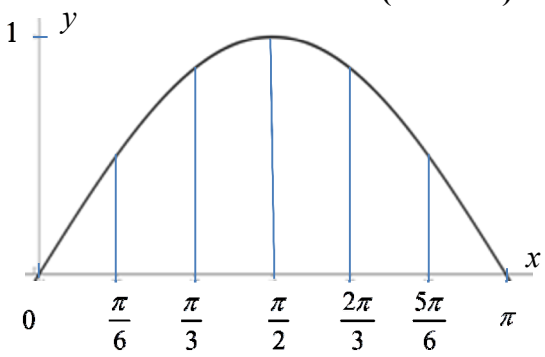
Cineál Feidhme	Feidhm	An chéad díorthach	An dara díorthach
Cearnach	*k*	B	I
Ciúbach	*f*	D	II
Triantánúil	*g*	A	III
Easpónantúil	*h*	C	IV

(b) I gcás líne **amháin** sa tábla, mínigh do rogha don chéad díorthach agus don dara díorthach.

Déantar líne d'fheidhm chearnach nuair a dhifreáiltear í agus déantar tairiseach de líne nuair a dhifreáiltear í.

Ceist 6 **(25 marc)**

Sa léaráid taispeántar graf na feidhme
$y = \sin x$ san fhearann $0 \le x \le \pi,\ x \in \mathbb{R}$.



(a) Comhlánaigh an tábla thíos, ceart go dtí trí ionad dheachúlacha.

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
y	0	0·5	0·866	1	0·866	0·5	0

(b) Bain úsáid as an riail thraipéasóideach agus faigh garbh-achar an réigiúin atá iniata idir an cuar agus an x-ais san fhearann tugtha.

$$A = \frac{h}{2}\left[y_1 + y_n + 2\left(y_2 + y_3 + y_4 + \cdots + y_{n-1}\right)\right]$$
$$= \frac{\pi}{12}\left[0 + 0 + 2\left(0\cdot5 + 0\cdot866 + 1 + 0\cdot866 + 0\cdot5\right)\right]$$
$$= 1\cdot95407$$

(c) Bain úsáid as suimeáil chun achar iarbhír an réigiúin thuas a fháil.

$$\int_0^{\pi} \sin x\,dx = \left[-\cos x\right]_0^{\pi} = -\left[-1-1\right] = 2$$

(d) Faigh an earráid chéatadánach i do fhreagra ar **(b)** thuas.

$$\text{An earráid chéatadánach } \frac{2 - 1\cdot95407}{2} \times 100 = 2\cdot2965 = 2\cdot3\%$$

Roinn B — Comhthéacsanna agus Feidhmeanna — 150 marc

Freagair **na trí cheist go léir** as an roinn seo.

Ceist 7 **(50 marc)**

Tá áit i staid do 25 000 duine. Ní mór do dhaoine a bhíonn ag freastal ar ócáid rialta sa staid ticéad a cheannach roimh ré. Nuair is é €20 an praghas ar thicéad, is é meánlíon an tslua a mbíonn súil leis ag ócáid ná 12 000 duine. Rinne na húinéirí suirbhé agus tugann na torthaí le fios go mbeadh méadú de 1000 duine ar an meánslua a mbeifí ag súil leis in aghaidh gach laghdú de €1, ó €20, ar phraghas an ticéid.

(a) Dá mbeadh €18 ar thicéad, cé mhéad duine a mbeifí ag súil leo sa slua?

$$12000+(20-18)1000=14000$$

(b) Bíodh x mar phraghas an ticéid, áit a bhfuil $x \le 20$. Scríobh síos, i dtéarmaí x, líon an tslua a mbeifí ag súil leis ar ócáid mar sin.

$$12000+(20-x)1000=32000-1000x$$

(c) Scríobh síos feidhm f a thugann an t-ioncam a mbeifí ag súil leis as díolachán na dticéad d'ócáid mar sin.

$$f(x)=(32000-1000x)x$$

(d) Faigh an praghas ar chóir na ticéid a dhíol air chun an t-uasioncam a mbeifí ag súil leis a fháil.

$$f(x)=(32000-1000x)x$$

$$f'(x)=32000-2000\,x=0\Rightarrow x=€16$$

(e) Ríomh an t-uasioncam a mbeifí ag súil leis.

$$f(x)=(32000-1000x)x$$

$$f(16)=(32000-16000)16=€256\,000$$

(f) Cuir i gcás go bhfuil praghas na dticéad socraithe ar luach ar a mbeifí ag súil le slua lán sa staid. Faigh an difríocht idir an t-ioncam as díolachán na dticéad ar an bpraghas seo agus an t-uasioncam a ríomhadh ag **(e)** thuas.

$32000 - 1000x = 25000 \Rightarrow 1000x = 7000 \Rightarrow x = 7$

$f(x) = (32000 - 1000x)x \Rightarrow f(7) = (32000 - 7000)7 = 175\,000$

An difríocht: €256 000 − €175 000 = €81 000

(g) Bhí an staid lán ar ócáid speisialta le déanaí. Díoladh dhá shórt ticéid: ticéad singil ar €16 agus ticéad teaghlaigh (beirt fhásta agus beirt leanaí) ar praghas áirithe. Ba é €365 000 an t-ioncam ar an ócáid seo. Dá ndíolfaí 1000 ticéad teaghlaigh breise, bheadh laghdú €14 000 ar an ioncam ón ócáid. Ce mhéad ticéad teaghlaigh a díoladh?

Ticéad singil: €16; Ticéad teaghlaigh: €y

Líon na dticéad singil: p; Líon na dticéad teaghlaigh: $\frac{25000-p}{4}$

$16p + \frac{25000-p}{4} y = 365000$

$16(p-4000) + (\frac{25000-p}{4} + 1000)y = 351000 \Rightarrow 16p + \frac{29000-p}{4} y = 415000$

$\frac{29000-p}{4} y - \frac{25000-p}{4} y = 50000 \Rightarrow 4000y = 200000 \Rightarrow y = 50$

$16p + \frac{25000-p}{4} 50 = 365000 \Rightarrow 7p = 105000 \Rightarrow p = 15000$

Líon na dticéad teaghlaigh: $\frac{25000-p}{4} = \frac{25000-15000}{4} = 2500$

Nó

x = Líon na dticéad singil
f = Líon na dticéad teaghlaigh
y = An costas ar thicéad teaghlaigh

$x + 4f = 25000$

$16x + fy = 365000$

$16(x - 4000) + (f + 1000)y = 351000$

$16x - 64000 + fy + 1000y = 351000$

$16x + fy = 365000$

$1000y = 50000$

$\Rightarrow y = 50$

$$x + 4f = 25000$$
$$16x + 50f = 365000$$
$$16x + 64f = 400000$$
$$\underline{\qquad\qquad}$$
$$14f = 35000$$
$$f = 2500$$

Ceist 8 **(50 marc)**

Méadaíonn luas braon báistí agus é ag titim go dtí go sroicheann sé a uasluas, ar a dtugtar *críoch-threoluas*. Ansin leanann an braon báistí ag titim ar an gcríoch-threoluas seo.

Tugtar an fad a thiteann sé, s méadar, mar seo a leanas:

$$s(t) = \begin{cases} 6t + 0\cdot 3t^2 - 0\cdot 01t^3, & 0 \le t \le 10 \\ k(t-10), & t > 10 \end{cases}$$

áit arb é t an t-am ina shoicindí ón uair a thosaíonn an braon báistí ag titim agus áit a bhfuil k tairiseach.

(a) Cá fhad atá an braon báistí seo tar éis titim tar éis 10 soicind?

$$s(t) = 6t + 0\cdot 3t^2 - 0\cdot 01t^3$$

$$s(10) = 6(10) + 0\cdot 3(10)^2 - 0\cdot 01(10)^3 = 80 \text{ m}$$

(b) Cé mhéad soicind a bheidh caite nuair a bheidh an braon báistí ag titim ar luas 8·25 méadar sa soicind?

$$s(t) = 6t + 0\cdot 3t^2 - 0\cdot 01t^3$$

$$\frac{ds}{dt} = 6 + 0\cdot 6t - 0\cdot 03t^2 = 8\cdot 25$$

$$\Rightarrow 600 + 60t - 3t^2 = 825$$

$$\Rightarrow t^2 - 20t + 75 = 0$$

$$\Rightarrow (t-5)(t-15) = 0$$

$$\Rightarrow t = 5 \text{ or } t = 15$$

$$0 \le t \le 10 \Rightarrow t = 5$$

(c) Tá luasghéarú an bhraoin bháistí ag laghdú ar feadh an chéad 10 soicind a bhíonn sé ag titim. Faigh an luach ar t a fhágann an luasghéarú cothrom le $0\cdot 006 \text{ m s}^{-2}$.

$$\frac{d^2s}{dt^2} = 0\cdot 6 - 0\cdot 06t = 0\cdot 006 \Rightarrow t = 9\cdot 9 \text{ s}$$

(d) Titeann an braon báistí go ceartingearach ó airde 620 méadar. Cá fhad a thógfaidh sé ar an mbraon báistí titim go dtí leibhéal na talún?

$t = 10 \Rightarrow s = 80$ m
$t > 10 \Rightarrow s = 620 - 80 = 540$ m

$$\frac{ds}{dt} = 6 + 0 \cdot 6t - 0 \cdot 03t^2$$
$$= 6 + 0 \cdot 6(10) - 0 \cdot 03(10)^2$$
$$= 9 \text{ m s}^{-1}$$

$$\frac{540}{9} = 60 \text{ s}$$

Iomlán: 10 + 60 = 70 s

(e) Éiríonn braon báistí níos mó agus é ag titim. Méadaíonn an toirt i mbraon báistí sféarúil ar ráta 6 mhilliméadar chiúbacha sa soicind. Faigh an ráta ar a bhfuil ga an bhraoin bháistí ag méadú nuair is é an ga ná 1·5 mm.

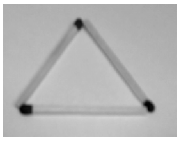
$$V = \tfrac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow \frac{dV}{dr} = 4\pi r^2$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dr}\frac{dr}{dt} \Rightarrow 6 = 4\pi r^2 \frac{dr}{dt} = 4\pi(2 \cdot 25)\frac{dr}{dt}$$
$$\Rightarrow \frac{dr}{dt} = \frac{6}{9\pi} = 0 \cdot 2122 \text{ mm s}^{-1}$$

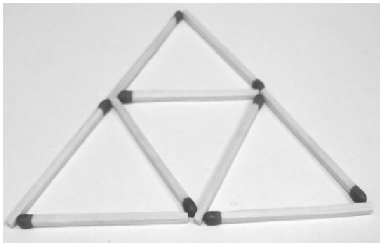
Ceist 9 **(50 marc)**

Is féidir cruthanna i bhfoirm triantán comhshleasach iomchuí beag a dhéanamh le lasáin atá ar comhfhad. Is féidir na cruthanna seo a chur le chéile chun patrúin a chruthú. Taispeántar thíos an tús atá ar sheicheamh de na patrúin seo.

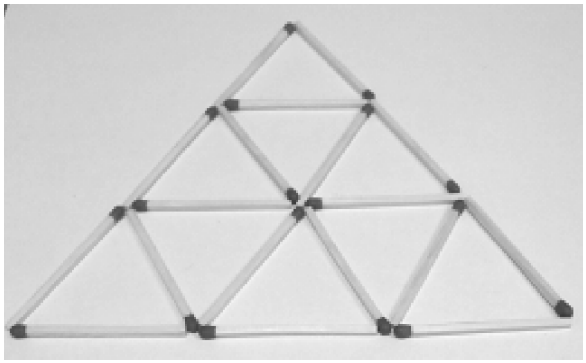
1



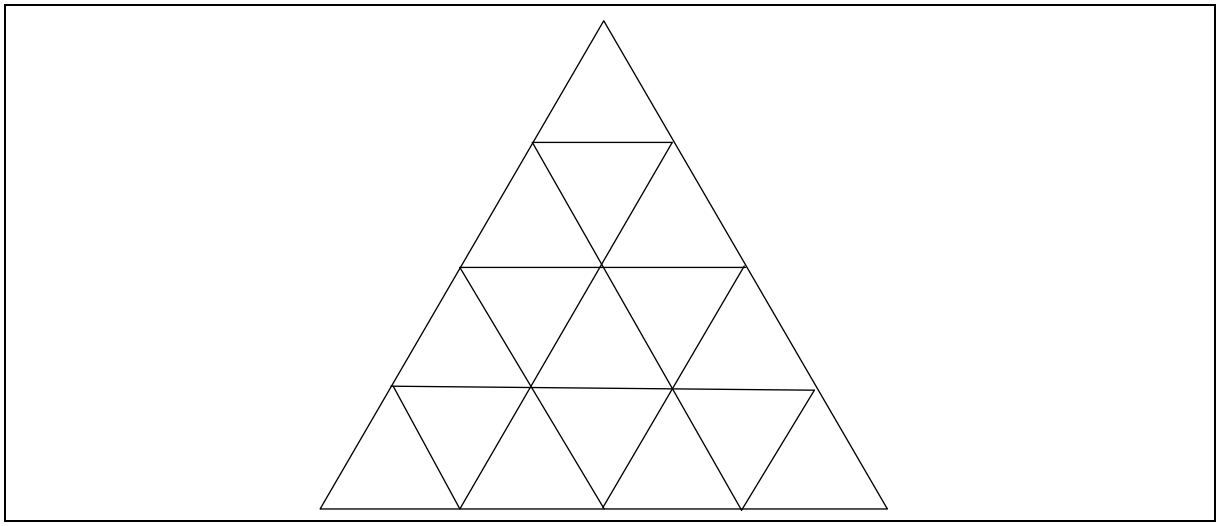
2



3



(a) **(i)** Tarraing an ceathrú patrún sa seicheamh.



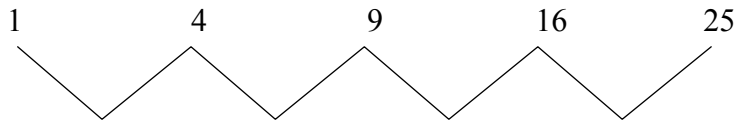
(ii) Sa tábla thíos taispeántar líon na dtriantán beag i ngach patrún agus líon na lasán atá ag teastáil chun gach patrún díobh a chruthú. Comhlánaigh an tábla.

Patrún	1	2	3	4
Líon na dtriantán beag	1	4	9	16
Líon na lasán	3	9	18	30

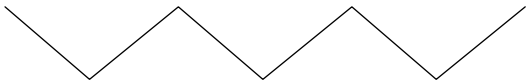
(b) Scríobh slonn in n le haghaidh líon na dtriantán san nú patrún sa seicheamh.

n^2

Nó



1ú Difríocht: 3 5 7 9



2ú Difríocht: 2 2 2 ← Tairiseach ⇒ patrún cearnach

$T_n = an^2 + bn + c$

$2a = 2 \Rightarrow a = 1$

$T_n = n^2 + bn + c$

$T_1 = 1 + b + c = 1$

$T_2 = 4 + 2b + c = 4$

$\Rightarrow b = 0$

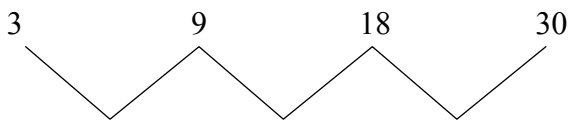
$c = 0$

$\Rightarrow T_n = n^2$

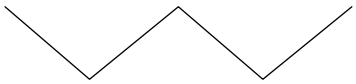
(c) Faigh slonn, in n, le haghaidh líon na lasán atá ag teastáil chun an nú patrún a dhéanamh den $(n-1)$ú patrún.

$3n$

Nó



1ú Difríocht: 6 9 12



2ú Difríocht: 3 3

Tá an dara difríocht tairiseach ⇒ patrún cearnach

[20]

$T_n = an^2 + bn + c$

$2a = 3 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$

$T_n = \frac{3}{2}n^2 + bn + c$

$T_1 = \frac{3}{2}(1)^2 + b(1) + c = 3 \quad \Rightarrow b + c = \frac{3}{2}$

$T_2 = \frac{3}{2}(2)^2 + b(2) + c = 9 \quad \Rightarrow 2b + c = 3$

$b + c = \frac{3}{2}$

$\underline{2b + c = 3}$

$b = \frac{3}{2}$

$c = 0$

$T_n = \frac{3}{2}n^2 + \frac{3}{2}n$

$T_{n-1} = \frac{3}{2}(n-1)^2 + \frac{3}{2}(n-1)$

$T_n - T_{n-1} = -\frac{3}{2}(n^2 - 2n + 1) - \frac{3}{2}(n-1) + \frac{3}{2}n^2 + \frac{3}{2}n$

$= -\frac{3}{2}n^2 + 3n - \frac{3}{2} - \frac{3}{2}n + \frac{3}{2} + \frac{3}{2}n^2 + \frac{3}{2}n$

$= 3n$

(d) Is féidir líon na lasán san *n*ú patrún sa seicheamh a léiriú leis an bhfeidhm $u_n = an^2 + bn$ áit a bhfuil $a,\ b \in \mathbb{Q}$ agus $n \in \mathbb{N}$. Faigh an luach ar *a* agus an luach ar *b*.

$u_n = an^2 + bn$

$u_1 = a(1)^2 + b(1) = 3$

$u_n = a(2)^2 + b(2) = 9$

$$\begin{array}{l} a + b = 3 \\ 4a + 2b = 9 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} 2a + 2b = 6 \\ \underline{4a + 2b = 9} \\ 2a \quad\quad = 3 \end{array} \Rightarrow \quad a = \tfrac{3}{2}$$

$a + b = 3 \Rightarrow \frac{3}{2} + b = 3 \Rightarrow b = \frac{3}{2}$

Nó

$3,\ 9,\ 18,\ 30,.....$

$= 3,\ 3+6,\ 3+6+9,\ 3+6+9+12,.....$

$= S_1,\ S_2,\ S_3,\ S_4,.....$ de $3+6+9+12+.....$

$S_n = \dfrac{n}{2}[2a + (n-1)d]$, áit a bhfuil $a = d = 3$

$\Rightarrow S_n = \dfrac{n}{2}[6 + (n-1)3]$

$\Rightarrow S_n = \dfrac{3n}{2}(n+1)$

$an^2 + bn$ agus $\dfrac{3n}{2}(n+1)$ a chothromú le chéile,

$\Rightarrow a = b = \dfrac{3}{2}$

(e) Tá 4134 lasán i gceann amháin de na patrúin sa seicheamh. Cé mhéad triantán beag atá sa phatrún sin?

$u_n = \frac{3}{2}n^2 + \frac{3}{2}n = 4234$

$\Rightarrow n^2 + n - 2756$
$\Rightarrow (n+53)(n-52) = 0$
$\Rightarrow n = -53$ or $n = 52$.

$n^2 = 52^2 = 2704$ triantán beag

Nó

Ó (d): $u_n = \frac{3}{2}n^2 + \frac{3}{2}n = 4134$

$3n^2 + 3n = 8268$

$n^2 + n - 2756 = 0$

$$n = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4(1)(-2756)}}{2(1)}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{11025}}{2}$$

$$= \frac{-1 \pm 105}{2}$$

$= -53$ or 52

$\Rightarrow n = 52$

$n^2 = 52^2 = 2704$ triantán beag

[23]

Scéim Mharcála – Páipéar 1, Roinn A agus Roinn B

Struchtúr na scéime marcála

Déantar freagraí na n-iarrthóirí a mharcáil de réir scálaí éagsúla, ag brath ar na cineálacha freagra a bhfuiltear ag súil leo. I gcás scálaí a bhfuil an lipéad A orthu, roinntear freagraí na n-iarrthóirí ina dhá gcatagóir (ceart agus mícheart). I gcás scálaí a bhfuil an lipéad B orthu, roinntear na freagraí ina dtrí ghrúpa (ceart, ceart i bpáirt, agus mícheart), agus mar sin de. Tá achoimre le fáil sa tábla seo a leanas ar na scálaí agus ar na marcanna a leanann astu:

Lipéad an scála	B	C	D
Líon na gcatagóirí	3	4	5
Scálaí 5 mharc	0, 2, 5	0, 2, 4, 5	0, 2, 3, 4, 5
Scálaí 10 marc	0, 5, 10	0, 3, 7, 10	0, 3, 5, 8, 10
Scálaí 15 mharc	0, 7, 15	0, 5, 10, 15	0, 4, 8, 12, 15

Tugtar tuairisceoir ginearálta anseo thíos le haghaidh gach pointe ar gach scála. Más gá, tá treoracha níos sonraí le fáil sa scéim féin maidir leis an tslí chun na scálaí a léiriú i gcomhthéacs gach ceiste.

Scálaí marcála – tuairisceoirí leibhéil

B-scálaí (trí chatagóir)

- freagra gan aon fhiúntas substaintiúil (creidiúint ar bith)
- freagra ceart i bpáirt (páirtchreidiúint)
- freagra ceart (creidiúint iomlán)

C-scálaí (ceithre chatagóir)

- freagra gan aon fhiúntas substaintiúil (creidiúint ar bith)
- freagra lena ngabhann fiúntas éigin (páirtchreidiúint íseal)
- freagra atá beagnach ceart (páirtchreidiúint ard)
- freagra ceart (creidiúint iomlán)

D-scálaí (cúig chatagóir)

- freagra gan aon fhiúntas substaintiúil (creidiúint ar bith)
- freagra lena ngabhann fiúntas éigin (páirtchreidiúint íseal)
- tá tuairim is an leathchuid den fhreagra ceart (páirtchreidiúint mheánach)
- freagra atá beagnach ceart (páirtchreidiúint ard)
- freagra ceart (creidiúint iomlán)

I gcásanna áirithe, ar cásanna iad, de ghnáth, ina ndéantar cothromú mícheart nó ina bhfágtar aonaid ar lár, féadfar marc a thabhairt atá aon mharc amháin faoi mharc na creidiúna iomláine. Taispeántar cásanna den sórt sin trí réiltín a chur in aice leo. Dá bhrí sin, mar shampla, léiríonn scála 10C* go bhféadfar 9 marc a thabhairt.

Achoimre ar leithroinnt marcanna agus ar na scálaí atá le cur i bhfeidhm

Roinn A

Ceist 1

(a)	10C
(b)	10C
(c)	5C

Ceist 2

(a)	10C
(b)	15D

Ceist 3

(a)	15B
(b)	10C*

Ceist 4

(a)(i)	5C*
(a)(ii)	10D*
(b)	10C*

Ceist 5

(a)	15D
(b)	10B

Ceist 6

(a)	5C*
(b)	10C
(c)	5C
(d)	5B

Roinn B

Ceist 7

(a)	10B
(b)	5B
(c)	5B
(d)	10B
(e)	5B
(f)	10C
(g)	5D

Ceist 8

(a)	10C*
(b)	10D*
(c)	10C*
(d)	10D*
(e)	10D*

Ceist 9

(a)(i)	5B
(a)(ii)	5C
(b)	10B
(c)	10B
(d)	10C
(e)	10C

Nótaí mionsonraithe marcála

Roinn A

Ceist 1

(a) Scála 10C (0, 3, 7, 10)

Páirtchreidiúint íseal:
- Ní iolraítear faoin gcomhchuingeach
- Fágtar *i* ar lár, nó $i^2 \neq -1$
- Trasiolrú neamhiomlán

Páirtchreidiúint ard:
- Obair gan a bheith simplithe

(b) Scála 10C (0, 3, 7, 10).

Páirtchreidiúint íseal:
- Obair le α
- Obair le θ
- Obair le modal
- Breactar *z*

Páirtchreidiúint ard:
- *z* ceart ach breacadh mícheart nó ar lár

Tabhair ar aird: Bronn marcanna iomlána le haghaidh *r,* θ agus breacadh ceart.

(c) Scála 5C (0, 2, 4, 5).
Páirtchreidiúint íseal:
- Obair éigin le De Moivre
- Ní bhaintear úsáid as De Moivre i gceart

Páirtchreidiúint ard:
- Freagra gan a bheith simplithe
- Cuirtear *n* san áireamh sa fhreagra

Tabhair ar aird: Bronn marcanna iomlána le haghaidh uillinn mhícheart an iarrthóra ó (b), leis an gconclúid cheart.

0: ní bhaintear úsáid as De Moivre.

Ceist 2

(a) Scála 10C (0, 3, 7, 10)
Páirtchreidiúint íseal:
- Fachtóirítear
- Faightear fréamhacha
- Baintear úsáid áirithe as foirmle na fréimhe cearnaí

Páirtchreidiúint ard:
- Cruth graif mícheart, ach ceart seachas sin
- Asbhaint mhícheart do luachanna cearta ar x
- Scáthú ceart ar x-ais
- Baintear úsáid as $x >$ amháin

(b) Scála 15D (0, 4, 7, 11, 15)
Páirtchreidiúint íseal:
- Aon chéim ábhartha i dtreo réitigh

Páirtchreidiúint mheánach:
- Laghdaítear go dhá athróg i gceart i gcothromóid amháin

Páirtchreidiúint ard:
- Meastar athróg amháin

Ceist 3

(a) Scála 15B (0, 7, 15)
Páirtchreidiúint:
- Ionadaítear luach isteach in e i gceart

(b) Scála 10C* (0, 3, 7, 10)
Páirtchreidiúint íseal:
- Ráiteas ceart
- Baintear úsáid as logartaim (i gceart nó go mícheart)
- Déantar iarracht ar t a aonrú

Páirtchreidiúint ard:
- Faightear cothromóid líneach cheart ar t

Tabhair ar aird: Má dhéantar slánú neamhiomlán nó slánú mícheart nó mura ndéantar slánú ar bith, bronn 9 mharc.

Ceist 4

(a)(i) Scála 5C* (0, 2, 4, 5)
Páirtchreidiúint íseal:
- Aon chéad chéim ábhartha
- Ráiteas ceart gan aon obair

Páirtchreidiúint ard:
- Ní thugtar *r* mar %

Tabhair ar aird: Má dhéantar slánú neamhiomlán nó slánú mícheart nó mura ndéantar slánú ar bith, bronn 4 mharc.

(a)(ii) Scála 10D* (0, 3, 5, 8, 10)
Páirtchreidiúint íseal:
- Aon chéim ábhartha
- Tagairt do 1·00327

Páirtchreidiúint mheánach:
- Aithnítear G.P.

Páirtchreidiúint ard:
- Slonn do shuim G.P.

Tabhair ar aird: Má dhéantar slánú neamhiomlán nó slánú mícheart nó mura ndéantar slánú ar bith, bronn 9 marc.

Nó

(a)(ii) Scale 10D* (0, 3, 5, 8, 10)
Páirtchreidiúint íseal:
- Gan luach laithreach nó luach laithreach micheart

Páirtchreidiúint mheánach:
- Luach Laithreach ceart

Páirtchreidiúint ard:
- Ionadú ceart na luachanna go léir san fhoirmle

Tabhair ar aird: Má dhéantar slánú neamhiomlán nó slánú mícheart nó mura ndéantar slánú ar bith, bronn 9 marc.

(b) Scála 10C* (0, 3, 7, 10)
Páirtchreidiúint íseal:
- Aon chéim ábhartha

Páirtchreidiúint ard:
- Ionadú ceart na luachanna go léir san fhoirmle
- Slonn do shuim G.P. sa réiteach

Tabhair ar aird: Má dhéantar slánú neamhiomlán nó slánú mícheart nó mura ndéantar slánú ar bith, bronn 9 marc.

Ceist 5

(a) Scála 15D (0, 4, 7, 11, 15)

Páirtchreidiúint íseal:

- Iontráil amháin nó dhá iontráil atá ceart
- Roinnt oibre atá ceart le rogha feidhmeanna an iarrthóra féin

Páirtchreidiúint mheánach:

- Idir trí agus cúig iontráil chearta
- Idir sé iontráil agus deich n-iontráil chearta i rogha feidhmeanna cearnacha, ciúbacha, triantánúla agus easpónantúla an iarrthóra féin

Páirtchreidiúint ard:

- Idir sé iontráil agus deich n-iontráil chearta
- Roghnaíonn an t-iarrthóir feidhmeanna cearnacha, ciúbacha, triantánúla agus easpónantúla ar leith, leis an gcéad díorthach agus an dara díorthach ceart

(b) Scála 10B (0, 5, 10)

Páirtchreidiúint:

- Ráiteas ceart éigin maidir leis an gcéad díorthach nó leis an dara díorthach d'fheidhm
- Míniú ceart ar an gcéad díorthach nó ar an dara díorthach

Ceist 6

(a) Scála 5C* (0, 2, 4, 5)
Páirtchreidiúint íseal:
- Iontráil amháin nó dhá iontráil atá ceart

Páirtchreidiúint ard:
- Idir trí agus sé iontráil chearta.

(b) Scála 10C (0, 3, 7, 10)
Páirtchreidiúint íseal:
- Foirmle cheart
- Ionadaítear san fhoirmle, luachanna ó fhearann na feidhme

Páirtchreidiúint ard:
- Ionadú ceart san fhoirmle agus stoptar
- $\frac{h}{2}$ mícheart agus críochnaítear i gceart

(c) Scála 5C (0, 2, 4, 5)
Páirtchreidiúint íseal:
- Teorainneacha cearta
- Feictear 'c' gan aon obair eile atá ceart.

Páirtchreidiúint ard:
- Suimeáil cheart

(d) Scála 5B (0, 2, 5)
Páirtchreidiúint:
- Aon chéim cheart ábhartha

[30]

Roinn B

Ceist 7

(a) Scála 10B (0, 2, 5)
Páirtchreidiúint:
- (20–18)1000 nó a chomhionann

(b) Scála 5B (0, 2, 5)
Páirtchreidiúint:
- Slonn $(20 - x)$

Tabhair ar aird: glac le $12000 + (20 - x)1000$ nó a chomhionann le haghaidh 5 mharc.

(c) Scála 5B (0, 2, 5)
Páirtchreidiúint:
- Líon daoine ceart agus/nó ráta ceart i dtéarmaí x

(d) Scála 10B (0, 5, 10)
Páirtchreidiúint:
- Roinnt difreáil cheart d'fheidhm chearnach
- $(32000 - 2000x) = 0$ nó a chomhionann
- Tástáil cheart laistigh d'asbhaint cheart nó gan aon asbhaint a bheith ann
- Is féidir marcanna iomlána a fháil gan calcalas a úsáid
- Freagra ceart agus gan obair ar bith

(e) Scála 5B (0, 2, 5)
Páirtchreidiúint:
- Iarracht áirithe ar ionadú 16 nó a chomhionann

(f) Scála 10C (0, 3, 7, 10)
Páirtchreidiúint íseal:
- Baintear úsáid as slonn
- Baintear úsáid as 25000
- Baintear úsáid áirithe as táblaí
- Réitítear cothromóid
- Faightear an praghas ar thicéad

Páirtchreidiúint ard:
- Ioncam iomlán as díolacháin

(g) Scála 5D (0, 2, 3, 4, 5)

Páirtchreidiúint íseal:

- Líon ceart ticéid teaghlaigh
- Aon chothromóid amháin
- Ioncam as ticéid shingile
- Ioncam as ticéid teaghlaigh

Páirtchreidiúint mheánach:

- Dhá chothromóid líneacha chearta d'ioncam in dhá athróg
- $y = 50$ gan obair, nó $p = 15000$ gan obair

Páirtchreidiúint ard:

- Luach ceart ar p (ticéad singil)
- Luach ceart ar y (ticéad teaghlaigh)

Nó

(g) Scála 5D (0, 2, 5, 8, 10)

Páirtchreidiúint íseal:

- Cothromóid cheart amháin

Páirtchreidiúint mheánach:

- Trí chothromóid chearta

Páirtchreidiúint ard:

- Ríomhtar athróg amháin

Ceist 8

(a) Scála 10C* (0, 3, 7, 10)
Páirtchreidiúint íseal:
- Ionadú ceart éigin isteach i s(t)

Páirtchreidiúint ard:
- Ionadú ceart.
- $10s = 80 \Longrightarrow s = 8$

Marcanna Iomlána: Freagra ceart gan obair

(b) Scála 10D* (0, 3, 5, 8, 10)
Páirtchreidiúint íseal:
- Aon difreáil cheart.

Páirtchreidiúint mheánach:
- Faightear $\frac{ds}{dt}$ i gceart

Páirtchreidiúint ard:
- Ní roghnaítear an luach ceart ar t

(c) Scála 10C* (0, 3, 7, 10)
Páirtchreidiúint íseal:
- Roinnt difreáil cheart ar an gcéad díorthach

Páirtchreidiúint ard:
- Bunaítear an chothromóid cheart

(d) Scála 10D* (0, 3, 5, 8, 10)
Páirtchreidiúint íseal:
- Roinnt ionadú ceart
- Faightear an fad a taistealaíodh tar éis an chéad 10 soicind i.e. 540m
- Difreáil cheart (ábhartha do chríoch-threoluas)

Páirtchreidiúint mheánach:
- Faightear k.

Páirtchreidiúint ard:
- Faightear an t-am ag taisteal ag críoch-threoluas agus stoptar

(e) Scála 10D* (0, 3, 5, 8, 10)

Páirtchreidiúint íseal:

- $V = \frac{4}{3}\pi r^3$
- Aon chéim ábhartha

Páirtchreidiúint mheánach:

- Aon dá cheann díobh seo a leanas:

$$\frac{dv}{dt} = 6, \quad \frac{dv}{dr} = 4\pi r^2, \quad \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dr} \times \frac{dr}{dt}$$

Páirtchreidiúint ard:

- Ionadú ceart sa chuingriail
- Ní ionadaítear do r

[34]

Ceist 9

(a)(i) Scála 5B (0, 2, 5)
Páirtchreidiúint:
- 4ú líne neamhiomlán

(a)(ii) Scála 5C (0, 2, 4, 5)
Páirtchreidiúint íseal:
- Iontráil amháin nó dhá iontráil atá ceart i mboscaí folmha

Páirtchreidiúint ard:
- Trí iontráil chearta i mboscaí folmha

(b) Scála 10B (0, 5, 10)
Páirtchreidiúint:
- 1^2, 2^2, 3^2 etc. – aithnítear na huimhreacha aiceanta cearnaithe

Nó

(b) Scála 10B (0, 5, 10)
Páirtchreidiúint:
- Ríomhtar dara difríochtaí

(c) Scála 10B (0, 5, 10)
Páirtchreidiúint:
- Aithnítear an tsraith 6, 9, 12, ... nó a leithéid

Nó

(c) Scála 10B (0, 5, 10)
Páirtchreidiúint:
- Ríomhtar dara difríochtaí

(d) Scála 10C (0, 3, 7, 10)
Páirtchreidiúint íseal:
- Slonn líneach amháin in a agus b, e.g. u_1: $a+b=3$

Páirtchreidiúint ard:
- Dhá shlonn líneacha chearta

Nó

(d) Scála 10C (0, 3, 7, 10)
Páirtchreidiúint íseal:
- Aithnítear A.P.

Páirtchreidiúint ard:
- $a = d = 3$ agus baintear úsáid áirithe as foirmle S_n

(e) Scála 10C (0, 3, 7, 10)
Páirtchreidiúint íseal:
- Slonn u_n in aon athróg amháin
- Cothromóid chearnach

Páirtchreidiúint ard:
- Luachanna ar n