

Coimisiún na Scrúduithe Stáit

An Ardteistiméireacht 2016

Aistriúchán
Ar Scéim Mharcála

Matamaitic

Ardleibhéal

Nóta do mhúinteoirí agus do scoláirí faoi úsáid na scéimeanna marcála foilsithe

Níl na scéimeanna marcála a fhoilsíonn Coimisiún na Scrúduithe Stáit ceaptha lena n-úsáid mar cháipéisí astu féin. Is áis riachtanach iad ag scrúdaitheoirí a théann faoi oiliúint i léirléamh agus i gcur i bhfeidhm ceart na scéime. Mar chuid den oiliúint sin, as measc rudaí eile, déantar samplaí d'obair na scoláirí a mharcáil agus déantar plé ar na marcanna a bhronntar, mar mhaithe le cur i bhfeidhm ceart na scéime a shoiléiriú. Déanann Scrúdaitheoirí Comhairleacha monatóireacht ar obair na scrúdaitheoirí ina dhiaidh sin le cinntiú go gcuirtear an scéim mharcála i bhfeidhm go comhleanúnach agus go beacht. Bíonn an Príomhscrúdaitheoir i bhfeighil an phróisis agus is gnách go mbíonn Príomhscrúdaitheoir Comhairleach ag cuidiú leis. Is é an Príomhscrúdaitheoir an t-údarás deiridh i dtaca le cé acu a cuireadh an scéim mharcála i bhfeidhm i gceart ar aon phíosa d'obair iarrthóra nó nár cuireadh.

Is cáipéisí oibre na scéimeanna marcála. Cé go n-ullmhaítear dréachtscéim mharcála roimh an scrúdú, ní chuirtear bailchríoch uirthi go dtí go gcuireann scrúdaitheoirí i bhfeidhm ar obair iarrthóirí í agus go dtí go mbailítear agus go meastar an t-aiseolas ó na scrúdaitheoirí uile, i bhfianaise raon iomlán na bhfreagraí a thug na hiarrthóirí, leibhéal foriomlán deacrachta an scrúdaithe agus an ghá le comhleanúnachas caighdeán a choimeád ó bhliain go bliain. Aistriúchán ar an scéim chríochnaithe atá sa cháipéis fhoilsithe seo, mar a cuireadh i bhfeidhm ar obair na n-iarrthóirí uile í.

Is cóir a nótáil i gcás scéimeanna ina bhfuil freagraí nó réitigh eiseamláireacha nach bhfuil sé i gceist a chur in iúl go bhfuil na freagraí ná na réitigh sin uileghabhálach. D'fhéadfadh sé go bhfuil leaganacha éagsúla nó malartacha ann a bheadh inghlactha freisin. Ní mór do na scrúdaitheoirí tuillteanas gach freagra a mheas agus téann siad i gcomhairle lena Scrúdaitheoirí Comhairleacha nuair a bhíonn amhras orthu.

Scéimeanna Marcála san am atá le teacht

Ní cóir talamh slán a dhéanamh d'aon rud a bhaineann le scéimeanna marcála san am atá le teacht bunaithe ar scéimeanna a bhí ann cheana. Cé go mbíonn na bunphrionsabail mheasúnachta mar an gcéanna, is féidir go mbeadh athrú ar shonraí marcála cineál áirithe ceiste i gcomhthéacs na páirte a bheadh ag an gceist sin sa scrúdú foriomlán bliain áirithe ar bith. Bíonn sé de fhreagracht ar an bPríomhscrúdaitheoir bliain áirithe ar bith a dhéanamh amach cén tslí is fearr a chinnteoidh go measfar obair na n-iarrthóirí go cothrom agus go cruinn, agus go gcoimeádfar caighdeán comhleanúnach measúnachta ó bhliain go bliain. Dá réir sin, d'fhéadfadh gnéithe de struchtúr, de mhionsonraí agus de chur i bhfeidhm na scéime marcála in ábhar áirithe athrú ó bhliain go bliain gan rabhadh.

Clár Ábhar *Leathanach*

Páipéar 1

Réitigh agus scéim mharcála 2

Struchtúr na scéime marcála 3
Achoimre ar leithroinnt na marcanna agus ar na scálaí atá le cur i bhfeidhm 4
Réitigh samplacha agus nótaí mionsonraithe marcála 5

Páipéar 2

Réitigh agus scéim mharcála 23

Struchtúr na scéime marcála 24
Achoimre ar leithroinnt na marcanna agus ar na scálaí atá le cur i bhfeidhm 25
Réitigh samplacha agus nótaí mionsonraithe marcála 26

Marcanna breise as ucht freagairt trí Ghaeilge …….. 44

Leathanach Bán

Coimisiún na Scrúduithe Stáit

An Ardteistiméireacht 2016

Scéim Mharcála

Matamaitic

Ardleibhéal

Páipéar 1

Scéim Mharcála – Páipéar 1, Roinn A agus Roinn B

Struchtúr na scéime marcála

Déantar freagraí na n-iarrthóirí a mharcáil de réir scálaí éagsúla, ag brath ar na cineálacha freagraí a bhfuiltear ag súil leo. I gcás scálaí a bhfuil an lipéad A orthu, roinntear freagraí na n-iarrthóirí in dhá chatagóir (ceart agus mícheart). I gcás scálaí a bhfuil an lipéad B orthu, roinntear na freagraí i dtrí ghrúpa (ceart, ceart i bpáirt, agus mícheart), agus mar sin de. Tá achoimre le fáil sa tábla seo a leanas ar na scálaí agus ar na marcanna a leanann astu:

Lipéad an scála	A	B	C	D	E
Líon na gcatagóirí	2	3	4	5	6
Scála 5 mharc	0, 5	0, 2, 5	0, 2, 4, 5	0, 2, 3, 4, 5	
Scála 10 marc	0, 10	0, 5, 10	0, 3, 7, 10	0, 2, 5, 8, 10	
Scála 15 mharc	0, 15	0, 7, 15	0, 5, 10, 15	0, 4, 7, 11, 15	
Scála 20 marc	0, 20	0, 10, 20	0, 7, 13, 20	0, 5, 10, 15, 20	
Scála 25 marc	0, 25	0, 12, 25	0, 8, 17, 25	0, 6, 12, 19, 25	0, 5, 10, 15, 20, 25

Tugtar tuairisceoir ginearálta anseo thíos le haghaidh gach pointe ar gach scála. Más gá, tá treoracha níos mionsonraithe le fáil sa scéim féin maidir leis an tslí chun na scálaí a léiriú i gcomhthéacs gach ceiste.

Scálaí marcála – tuairisceoirí leibhéil

A-scálaí (dhá chatagóir)

- freagra mícheart
- freagra ceart

B-scálaí (trí chatagóir)

- freagra gan aon fhiúntas substaintiúil
- freagra ceart i bpáirt
- freagra ceart

C-scálaí (ceithre chatagóir)

- freagra gan aon fhiúntas substaintiúil
- freagra lena ngabhann fiúntas éigin
- freagra beagnach ceart
- freagra ceart

D-scálaí (cúig chatagóir)

- freagra gan aon fhiúntas substaintiúil
- freagra lena ngabhann fiúntas éigin
- tuairim is an leathchuid den fhreagra ceart
- freagra beagnach ceart
- freagra ceart

E-scálaí (sé chatagóir)

- freagra gan aon fhiúntas substaintiúil
- freagra lena ngabhann fiúntas éigin
- beagnach an leathchuid den fhreagra ceart
- níos mó ná an leathchuid den fhreagra ceart
- freagra beagnach ceart
- freagra ceart

I gcásanna áirithe, ar cásanna iad, de ghnáth, ina ndéantar slánú mícheart, ina bhfágtar aonaid ar lár nó ina ndéantar míléamh nach róshimplíonn an obair nó ina ndéantar earráid uimhríochta nach róshimplíonn an obair, féadfar marc a thabhairt atá aon mharc amháin faoi mharc na creidiúna iomláine. Dá bhrí sin, mar shampla, i *scála 10C*, féadfar 9 marc a thabhairt.
Ar fud na scéime, léirigh earráidí uimhríochta le *.

Achoimre ar leithroinnt na marcanna agus ar na scálaí atá le cur i bhfeidhm

Roinn A

Ceist 1		
	(a)	5B
	(b)	10C
	(c)	10C
Ceist 2		
	(a)	10C
	(b)	15C
Ceist 3		
	(a)(i)	5C
	(ii)	5C
	(iii)	5B
	(b)	10C
Ceist 4		
	(a)	15D
	(b)(i)	5C
	(ii)	5D
Ceist 5		
	(a)(i)	10D
	(ii)	5B
	(b)(i)	5B
	(ii)	5B
Ceist 6		
	(a)	10D
	(b)(i)+(ii)	15D

Roinn B

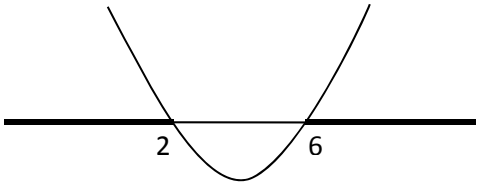
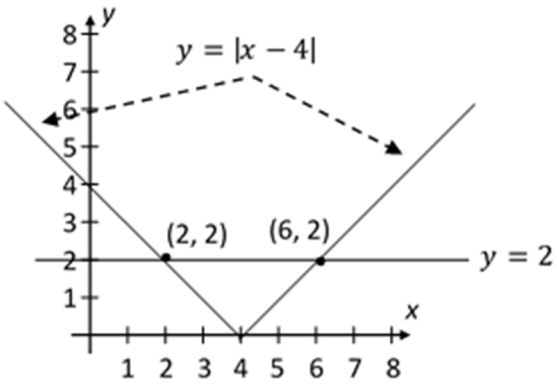
Ceist 7		
	(a)(i)	10C
	(a)(ii)	10C
	(b)(i)	10C
	(b)(ii)	10C
Ceist 8		
	(a)(i)	10C
	(a)(ii)	5B
	(a)(iii)	5B
	(a)(iv)	10D
	(b)(i)	10D
	(b)(ii)	5B
	(b)(iii)	10C
Ceist 9		
	(a)(i)	10C
	(a)(ii)	10C
	(a)(iii)	15D
	(b)(i)	5B
	(b) (ii)	10C
	(b)(iii)	5B

Réitigh Shamplacha agus Nótaí Marcála

Tabhair faoi deara: Níl sé i gceist gur liostaí iomlána atá sna réitigh shamplacha ar gach ceist ar leith – d'fhéadfadh sé tarlú go bhfuil réitigh chearta eile ann. Aon Scrúdaitheoir atá éiginnte faoi bhailíocht an chuir chuige a ghlacann aon iarrthóir ar leith i gcás aon cheiste, ba chóir dó/di teagmháil a dhéanamh lena Scrúdaitheoir Comhairleach.

C1	Réiteach Samplach – 25 Mharc	Nótaí Marcála
(a)	$-4-3i$	Scála 5B (0, 2, 5) *Páirtchreidiúint:* • cuid réadach nó samhailteach atá ceart
(b)	$r=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2} \qquad \theta=\frac{\pi}{4}$ $(1+i)^8=\left\{\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)\right\}^8$ $(1+i)^8=\{16(\cos 2\pi+i\sin 2\pi)\}$ $(1+i)^8$= 16(1) = 16	Scála 10C (0, 3, 7, 10) *Páirtchreidiúint Íseal:* • freagra ceart gan úsáid a bhaint as Teoirim De Moivre • modal **nó** argóint atá ceart • foirmle • ráiteas Theoirim De Moivre *Páirtchreidiúint Ard:* • $16(\cos 2\pi+i\sin 2\pi)$ **Tabhair faoi deara:** *gan úsáid as Teoirim De Moivre agus freagra mícheart = 0 marc.*
(c)	$z=\frac{(2-i)\pm\sqrt{(-2+i)^2-4(3-i)}}{2}$ $=\frac{(2-i)\pm\sqrt{4-4i-1-12+4i}}{2}$ $=\frac{2-i\pm\sqrt{-9}}{2}$ $=\frac{2-i\pm 3i}{2}$ $=1-2i$ **n**ó $1+i$ **Nó** $ax^2+bx+c=0$ $x^2-\left(\frac{-b}{a}\right)x+\frac{c}{a}=0$ Suim na bhfréamhacha$=-\frac{b}{a}$ $1+i+z_1=2-i$ $z_1=1-2i$	Scála 10C (0, 3, 7, 10) *Páirtchreidiúint Íseal:* • foirmle fréimhe le hionadú éigin *Páirtchreidiúint Ard* • foirmle ionadaithe go hiomlán **Nó** Scála 10C (0, 3, 7, 10) *Páirtchreidiúint Íseal:* • atheagar curtha ar an gcothromóid • $-\frac{b}{a}$ *Páirtchreidiúint Ard* • ionadú ceart

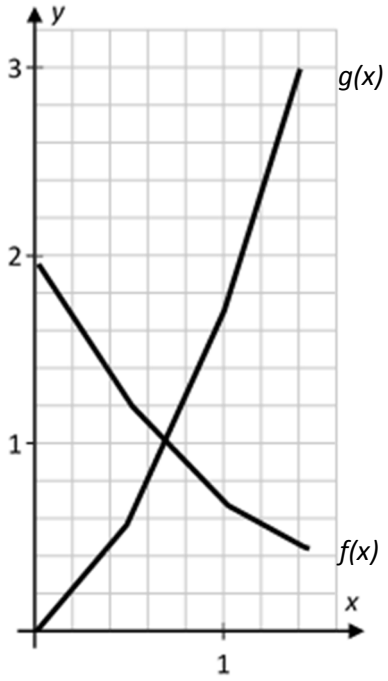
	Nó $(z-1-i)(z-z_1)$ $= z^2 - z - zi - z.z_1 + z_1 + z_1 i$ $= z^2 - (1+i+z_1)z + z_1(1+i)$ $= z^2 + (-2+i)z + (3-i)$ $\Longrightarrow z_1(1+i) = 3-i$ $z_1 = \frac{3-i}{1+i}.\frac{1-i}{1-i} = 1-2i$	**Nó** Scála 10C (0, 3, 7, 10) *Páirtchreidiúint Íseal:* • fachtóir(í) ceart(a) *Páirtchreidiúint Ard* • sainaithint comhthéarmaí
	Nó $z-1+2i$ $z-1-i \overline{\big) z^2 - 2z + iz + 3 - i}$ $\underline{z^2 - z - iz}$ $-z + 2iz + 3 - i$ $\underline{-z + 1 \qquad + i}$ $2iz + 2 - 2i$ $\underline{2iz + 2 - 2i}$ $z - 1 + 2i = 0$ $z = 1 - 2i$	**Nó** Scála 10C (0, 3, 7, 10) *Páirtchreidiúint Íseal:* • roinnt fhada foirmlithe mar is ceart *Páirtchreidiúint Ard* • dhá líne chearta sa roinnt
	Nó $(1+i)(m+ni) = 3-i$ $(m-n) + (m+n)i = 3 + (-1)i$ $m - n = 3 \quad agus \quad m + n = -1$ Réiteach $\quad m = 1 \quad agus \quad n = -2$	**Nó** Scála 10C (0, 3, 7, 10) *Páirtchreidiúint Íseal:* • iolrú ceart • ionadú $(m+ni)$ isteach i gcothromóid chearnach agus stopann *Páirtchreidiúint Ard* • sainaithint comhthéarmaí **Tabhair faoi deara:** *ionadú* $(1+i)$ *= 0 marc*

C2	Réiteach Samplach – 25 Mharc	Nótaí Marcála
(a)	$x^2 - 8x + 16 \geq 4$ $x^2 - 8x + 12 \geq 0$ $(x-2)(x-6) \geq 0$ $x = 2 \quad x = 6$ $\{x \mid x \leq 2\} \cup \{x \mid x \geq 6\}$ **Nó** $x - 4 \geq 2 \cup x - 4 \leq -2$ $x \geq 6 \cup x \leq 2$ **Nó** Modh grafach (ní mór an raon a léiriú ar an x-ais ar bhealach éigin)  **Nó**  $x \leq 2 \cup x \geq 6$	Scála 10C (0, 3, 7, 10) *Páirtchreidiúint Íseal:* • ceachtar taobh cearnaithe • éagothromóid líneach amháin scríofa atá ceart • raon na n-uimhreacha aiceanta luaite amháin *Páirtchreidiúint Ard:* • réitigh chearta ar an gcothromóid chearnach *Creidiúint Iomlán:* • freagra ceart gan aon obair **Tabhair faoi deara:** *tuilleann úsáid as uimhreacha aiceanta sa raon Páirtchreidiúint Ard ar a mhéad* **Nó** Scála 10C (0, 3, 7, 10) *Páirtchreidiúint Íseal:* • aon dronlíne amháin *Páirtchreidiúint Ard:* • trí dhronlíne

[7]

(b)	$$x = \frac{-3y-1}{2}$$ $$\left(\frac{-3y-1}{2}\right)^2 + \left(\frac{-3y-1}{2}\right)(y) + 2y^2 = 4$$ $$11y^2 + 4y - 15 = 0$$ $$(11y+15)(y-1) = 0$$ $$y = \frac{-15}{11} \text{ nó } y = 1$$ $$x = \frac{-3\left(\frac{-15}{11}\right)-1}{2} \text{ nó } x = \frac{-3(1)-1}{2}$$ $$x = \frac{17}{11} \text{ nó } x = -2$$ **nó** $$y = \frac{-2x-1}{3}$$ $$x^2 + x\left(\frac{-2x-1}{3}\right) + 2\left(\frac{-2x-1}{3}\right)^2 = 4$$ $$11x^2 + 5x - 34 = 0$$ $$(11x-17)(x+2) = 0$$ $$x = \frac{17}{11} \text{ nó } x = -2$$ $$y = \frac{-15}{11} \text{ nó } y = 1$$	Scála 15C (0, 5, 10, 15) *Páirtchreidiúint Íseal:* • déantar iarracht x (nó y) a aonrú *Páirtchreidiúint Ard:* • ionadú isteach i gcothromóid chearnach atá go hiomlán ceart

[8]

C3	Réiteach Samplach – 25 Mharc	Nótaí Marcála
(a) **(i)**	<table><tr><td>x</td><td>0</td><td>0·5</td><td>1</td><td>$\ln(4)$</td></tr><tr><td>$f(x)=\frac{2}{e^x}$</td><td>2</td><td>1·21</td><td>0·74</td><td>0·5</td></tr><tr><td>$g(x)=e^x-1$</td><td>0</td><td>0·65</td><td>1·72</td><td>3</td></tr></table>	Scála 5C (0, 2, 4, 5) *Páirtchreidiúint Íseal* • iontráil amháin atá ceart *Páirtchreidiúint Ard* • 5 iontráil atá ceart
(ii)		Scála 5C (0, 2, 4, 5) *Páirtchreidiúint Íseal* • breacadh amháin atá ceart *Páirtchreidiúint Ard* • 5 bhreacadh atá ceart • graf amháin atá ceart • gan aon lipéadú **Nótaí:** - *<u>NÍL</u> línte díreacha inghlactha* - *tuilleann lipéad soiléir amháin creidiúint iomlán* - *tuilleann lipéad débhríoch amháin Páirtchreidiúint Ard ar a mhéad*
(iii)	$f(x)=g(x)$ nuair $x\approx 0\cdot 7$	Scála 5B (0, 2, 5) *Páirtchreidiúint* • an pointe trasnaithe léirithe go soiléir ar an ngraf, ach ní luaitear an luach ar x

C3	Réiteach Samplach – Ar Lean	Nótaí Marcála
(b)	$\frac{e^x - 1}{1} = \frac{2}{e^x}$ $e^{2x} - e^x = 2$ $(e^x)^2 - e^x - 2 = 0$ $(e^x - 2)(e^x + 1) = 0$ $e^x = 2$ nó $e^x = -1$ (ní féidir) $x = \ln 2$ nó $x = 0{\cdot}693$ **Nó** $(e^x)^2 - e^x - 2 = 0$ Bíodh $y = e^x \Rightarrow y^2 - y - 2 = 0$ $y = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(1)(-2)}}{2(1)}$ $= \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2}$ $= \frac{1 \pm 3}{2}$ $\Rightarrow y = 2$ nó $y = -1$ (ní féidir) $y = e^x \Rightarrow e^x = 2$ $x = \ln 2$ *nó* $x = 0{\cdot}693$	Scála 10C (0, 3, 7, 10) *Páirtchreidiúint Íseal* • ionadú ceart *Páirtchreidiúint Ard* • fachtóirí cearta na cothromóide cearnaí • foirmle fréimhe ionadaithe mar is ceart $e^x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(1)(-2)}}{2(1)}$ **Tabhair faoi deara:** *róshimpliú na cothromóide (i.e. gan déileáil léi mar chothromóid chearnach) = Páirtchreidiúint Íseal ar a mhéad* **Nó** Scála 10C (0, 3, 7, 10) *Páirtchreidiúint Íseal* • ionadú ceart *Páirtchreidiúint Ard* • foirmle fréimhe ionadaithe mar is ceart $y = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(1)(-2)}}{2(1)}$ **Tabhair faoi deara:** *róshimpliú na cothromóide (i.e. gan déileáil léi mar chothromóid chearnach) = Páirtchreidiúint Íseal ar a mhéad*

C4	Réiteach Samplach – 25 Mharc	Nótaí Marcála
(a)	P_1: $8^1 - 1 = 7$ (inroinnte ar 7) P_k: Glac leis go bhfuil $8^k - 1$ inroinnte ar 7 $8^k - 1 = 7M$ $8^k = 7M + 1$ P_{k+1}: $8^{k+1} - 1 = 8(8^k) - 1$ $= 8(7M + 1) - 1$ $= 56M + 7$ $= 7(8M + 1)$ Tá P_{k+1} inroinnte ar 7 Tá P_1 fíor Tá P_k fíor Tá $\Longrightarrow$ P_{k+1} fíor Dá bhrí sin, tá P_{k+1} fíor aon uair atá P_k fíor. Ós rud é go bhfuil P_1 fíor, mar sin de, trí ionduchtú, tá P_n fíor do gach uimhir aiceanta ≥ 1 **Nó** $P_{k+1} = 8^{k+1} - 1$ $= 8.8^k - 1$ $= (7 + 1).8^k - 1$ $= 7(8^k) + (8^k - 1)$ Inroinnte go soiléir ar 7 Ó P_k Dá bhrí sin, tá P_{k+1} fíor aon uair atá P_k fíor. Ós rud é go bhfuil P_1 fíor, mar sin de, trí ionduchtú, tá P_n fíor do gach uimhir aiceanta ≥ 1	Scála 15D (0, 4, 7, 11, 15) *Páirtchreidiúint Íseal* • Céim P_1 *Páirtchreidiúint Mheánach* • Céim P_k • Céim P_{k+1} *Páirtchreidiúint Ard* • úsáid as céim P_k chun céim P_{k+1} a chruthú **Tabhair faoi deara:** *glac le céim* P_1, céim P_k *agus céim* P_{k+1} *in aon ord*

(b) **(i)**	$p = \log_a 2 \ , \qquad q = \log_a 3$ $\log_a \frac{8}{3} = \log_a 8 - \log_a 3$ $= \log_a (2)^3 - \log_a 3$ $= 3\log_a 2 - \log_a 3$ $= 3p - q$	Scála 5C (0, 2, 4, 5) *Páirtchreidiúint Íseal* • $\log_a 8 - \log_a 3$ *Páirtchreidiúint Ard* • $\log_a 8 = 3\log_a 2$ (agus/nó = 3p)
(ii)	$\log_a \frac{9a^2}{16} = \log_a (3a)^2 - \log_a (2)^4$ $= 2\log_a 3 + 2\log_a a - 4\log_a 2$ $= 2q + 2(1) - 4p$ $= 2q + 2 - 4p$	Scála 5D (0, 2, 3, 4, 5) *Páirtchreidiúint Íseal* • $\log_a 9a^2 - \log_a 16$ *Páirtchreidiúint Mheánach* • $2\log_a 3$ • $2\log_a a$ • $4\log_a 2$ • $4p$ nó $2q$ nó 2 *Páirtchreidiúint Ard* • $2(\log_a 3 + \log_a a) - 4\log_a 2$ nó a chomhionann

[12]

C5	Réiteach Samplach – 25 Mharc	Nótaí Marcála
(a) **(i)**	$(5x-9)^2=(x-1)^2+(4x)^2$ $8x^2-88x+80=0$ $x^2-11x+10=0$ $(x-1)(x-10)=0$ $x=1 \ \text{nó} \ x=10$ $x=10$	Scála 10D (0, 2, 5, 8, 10) *Páirtchreidiúint Íseal* • aon úsáid as Píotágarás *Páirtchreidiúint Mheánach* • ionadú atá go hiomlán ceart *Páirtchreidiúint Ard* • an dá fhréamh agus iad ceart
(a) **(ii)**	Sleasa=9, 40, 41 $9^2+40^2=41^2$ $81+1600=1681$ $1681=1681$	Scála 5B (0, 2, 5) *Páirtchreidiúint* • 9 nó 40 nó 41 • ag baint úsáide as 1 nó -10 ó obair an iarrthóra
(b) **(i)**	Feidhm dhétheilgeach atá i gceist má tá inbhéarta ann $f^{-1}(x)=\frac{x+2}{3}$ $\Rightarrow$ Feidhm inteilgeach atá i gceist. **nó** Tástáil líne cothrománaí. **nó** $f(a)=f(b)$ $3a-2=3b-2$ $\Longrightarrow a=b$ **nó** $\forall\, a,b\ \varepsilon\ A, f(a)=f(b)\Rightarrow a=b$	Scála 5B (0, 2, 5) *Páirtchreidiúint* • Scríobhtar $f^{-1}(x)$ • Tarraingítear $f(x)$ • $f(a)\ =f(b)$
(b) **(ii)**	$f(x)=3x-2$ $f^{-1}(x)=\frac{x+2}{3}$	Scála 5B (0, 2, 5) *Páirtchreidiúint* • trasuíomh ábhartha ar bith

C6	Réiteach Samplach – 25 Mharc	Nótaí Marcála
(a)	$f(x+h)-f(x)=(2x+2h+4)^2-(2x+4)^2$ $\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=$ $\lim_{h\to 0}\frac{(2x+2h+4)^2-(2x+4)^2}{h}$ $=\lim_{h\to 0}\left(\frac{\left[\begin{matrix}(4x^2+8hx+4h^2+16x+16h+16)\\-(4x^2+16x+16)\end{matrix}\right]}{h}\right)$ $=\lim_{h\to 0}\frac{8hx+4h^2+16h}{h}$ $=8x+16$ **nó** $f(x)=(2x+4)^2=4x^2+16x+16$ $f(x+h)=4(x+h)^2+16(x+h)+16$ $=4x^2+8hx+4h^2+16x+16h+16$ $\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ $\lim_{h\to 0}\frac{8hx+4h^2+16h}{h}$ $=8x+16$	Scála 10D (0, 2, 5, 8, 10) *Páirtchreidiúint Íseal* • aon $f(x+h)$ *Páirtchreidiúint Mheánach* • teorainn $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ *Páirtchreidiúint Ard* • teorainn $\frac{(2x+2h+4)^2-(2x+4)^2}{h}$ **Tabhair faoi deara:** - *ní ghearrtar pionós as comhartha teorann a fhágáil ar lár ach uair amháin* - *an freagra gan a bheith ó bhunphrionsabail = 0 marc*

(b) **(i)+** **(ii)**	$$y = x.\sin\frac{1}{x}$$ $$\frac{dy}{dx} = \sin\frac{1}{x} + x\left(\cos\frac{1}{x}\right)\left(-\frac{1}{x^2}\right)$$ $$\frac{dy}{dx} = \sin\frac{1}{x} - \frac{1}{x}\cos\frac{1}{x}$$ $$\frac{dy}{dx} = \sin\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4}\cos\frac{\pi}{4}$$ $$= 0{\cdot}15$$	Scála 15D (0, 4, 7, 11, 15) *Páirtchreidiúint Íseal* • difreáil cheart ar bith *Páirtchreidiúint Mheánach* • riail an toraidh curtha i bhfeidhm *Páirtchreidiúint Ard* • difreáil cheart **Tabhair faoi deara:** *aon phionós amháin as an áireamhán a bheith sa mhód mícheart*

[15]

C7	Réiteach Samplach – 40 Marc	Nótaí Marcála
(a) **(i)**	$v = \frac{4}{3}\pi r^3 \Longrightarrow \frac{dv}{dr} = 4\pi r^2$ $\frac{dv}{dt} = 250 \text{ cm}^3/\text{s}$ $\frac{dr}{dt} = \frac{dr}{dv}.\frac{dv}{dt} = \frac{1}{4\pi r^2}.250$ $\frac{dr}{dt} = \frac{250}{4\pi 400} = \frac{5}{32\pi} \text{ cm/s}$	Scála 10C (0, 3, 7, 10) *Páirtchreidiúint Íseal* • obair i dtreo $\frac{dv}{dr}$ nó $\frac{dv}{dt}$ nó $\frac{dr}{dt}$ *Páirtchreidiúint Ard* • slonn ceart do $\frac{dr}{dt}$
(ii)	$a = 4\pi r^2 \Longrightarrow \frac{da}{dr} = 8\pi r$ $\frac{da}{dt} = \frac{da}{dr}.\frac{dr}{dt} = 8\pi r.\frac{5}{32\pi}$ $= \frac{5(20)}{4}$ $= 25 \text{ cm}^2/\text{s}$	Scála 10C (0, 3, 7, 10) *Páirtchreidiúint Íseal* • obair i dtreo $\frac{da}{dr}$ nó $\frac{da}{dt}$ *Páirtchreidiúint Ard* • slonn ceart do $\frac{da}{dt}$
(b) **(i)**	$-x^2 + 10x = 0$ $x(-x + 10) = 0$ $x = 0 \quad \text{or} \quad x = 10$	Scála 10C (0, 3, 7, 10) *Páirtchreidiúint Íseal* • cothromóid chearnach cruthaithe • ní bhfaightear ach $x = 0$ *Páirtchreidiúint Ard* • cothromóid chearnach fachtóirithe **Tabhair faoi deara:** $\boldsymbol{f'(x) = 0 \Rightarrow 2x - 10 = 0 \Rightarrow x = 5}$ → *0 marc*
(ii)	$\frac{1}{10-0}\int_0^{10}(-x^2 + 10x)dx$ $= \frac{1}{10}\left[\frac{-x^3}{3} + 5x^2\right]_0^{10}$ $= \frac{1}{10}\left[\left(\frac{-1000}{3} + 500\right) - 0\right]$ $= \frac{-100}{3} + 50 = \frac{50}{3} \text{m}$	Scála 10C (0, 3, 7, 10) *Páirtchreidiúint Íseal* • suimeáil socraithe *Páirtchreidiúint Ard* • suimeáil cheart le hionadú éigin

C8	Réiteach Samplach – 55 Mharc	Nótaí Marcála
(a) **(i)**	$f(x) = -0{\cdot}274x^2 + 1{\cdot}193x + 3{\cdot}23$ $f'(x) = -0{\cdot}548x + 1{\cdot}193 = 0$ $x = 2{\cdot}177$ m $f(2{\cdot}177) = -0{\cdot}274(2{\cdot}177)^2$ $+ 1{\cdot}193(2{\cdot}177) + 3{\cdot}23$ $= -1{\cdot}2986 + 2{\cdot}5972 + 3{\cdot}23$ $= 4{\cdot}529$ m *nó* $-0{\cdot}274(x^2 - \frac{1193}{274}x - \frac{1615}{137})$ $-0{\cdot}274(x - \frac{1193}{548})^2 + 4{\cdot}5285$ Uasairde = 4·529 m	Scála 10C (0, 3, 7, 10) *Páirtchreidiúint Íseal* • difreáil cheart ar bith • iarracht déanta cearnóg a chríochnú • triail is earráid agus tástáil déanta ar níos mó ná luach amháin ar x *Páirtchreidiúint Ard* • Luach ceart ar x **Tabhair faoi deara:** *má tá an freagra ceart trí thriail is earráid, ní mór pointí ar an dá thaobh den uasphointe a thaispeáint agus iad níos ísle chun creidiúint iomlán a thuilleamh*
(ii)	$\tan\theta = -0{\cdot}548(4{\cdot}5) + 1{\cdot}193$ $\tan\theta = -1{\cdot}273$ $\theta = 51{\cdot}8° = 52°$	Scála 5B (0, 2, 5) *Páirtchreidiúint* • tan **Tabhair faoi deara:** *féadfaidh triantáin dhronuilleacha a bheith sa léaráid a thugtar sa chothromóid*
(iii)	Mapáil $A \to C$ $(-0{\cdot}5, 2{\cdot}565) \to (0, 2)$ $2{\cdot}177 - (-0{\cdot}5) = 2{\cdot}677$ $4{\cdot}529 - 0{\cdot}565 = 3{\cdot}964$ $(2{\cdot}177, 4{\cdot}529) \to (2{\cdot}677, 3{\cdot}964)$	Scála 5B (0, 2, 5) *Páirtchreidiúint* • $(-0{\cdot}5, 2{\cdot}565) \to (0, 2)$

(iv)	$g(x) = ax^2 + bx + c$ $C(0, 2) \in g(x) => c = 2$ $B(4{\cdot}5, 3{\cdot}05)\ \epsilon\ g(x)$ $3{\cdot}05 = a(4{\cdot}5)^2 + b(4{\cdot}5) + 2$ $\Longrightarrow 20{\cdot}25a + 4{\cdot}5b = 1{\cdot}05$ **(i)** $g'(x) = 2ax + b = 0$ $\Longrightarrow 2a(2{\cdot}677) + b = 0$ $5{\cdot}354a + b = 0$ **(ii)** Ó **(i)** agus **(ii)** $a = -0{\cdot}273$ $b = 1{\cdot}462$ $g(x) = -0{\cdot}273x^2 + 1{\cdot}462x + 2$ *[Tabhair faoi deara: d'fhéadfaí an tríú cothromóid seo a úsáid* $3{\cdot}964 = a(2{\cdot}677)^2 + b(2{\cdot}677) + 2$ **(iii)**] **Nó** Cothromóid na parabóile lena ngabhann rinn (h, k): $g(x) = a(x - h)^2 + k$ $C(0, 2)$ ar an gcuar: $(h, k) = (2{\cdot}677, 3.964)$ $2 = a(-2{\cdot}677)^2 + 3{\cdot}964$ $-1{\cdot}964 = a(7{\cdot}166329)$ $a = -0{\cdot}27405 = -0{\cdot}274$ Parabóil: $g(x) = -0{\cdot}274[(x - 2{\cdot}677)^2] + 3{\cdot}964$ **Nó** $g(x) = f(x - 0{\cdot}5) - 0{\cdot}565$ $g(x) = -0{\cdot}274(x - 0{\cdot}5)^2 + 1{\cdot}193(x - 0{\cdot}5) + 3{\cdot}23 - 0{\cdot}565$ $g(x) = -0{\cdot}274x^2 + 1{\cdot}467x + 2$	Scála 10D (0, 2, 5, 8, 10) *Páirtchreidiúint Íseal* • luach *c* faighte • cothromóid ábhartha in *a*, *b* agus/nó *c* *Páirtchreidiúint Mheánach* • dhá chothromóid ar bith foirmlithe mar is ceart *Páirtchreidiúint Ard* • trí chothromóid ar bith foirmlithe mar is ceart **Tabhair faoi deara:** $\boldsymbol{ax^2 + bx + c}$ *gan a bheith i gcothromóid = 0 marc* **Nó** Scála 10D (0, 2, 5, 8, 10) *Páirtchreidiúint Íseal* • cothromóid an chuair • úsáid as C *Páirtchreidiúint Mheánach* • úsáid as buaicluach *Páirtchreidiúint Ard* • luach *a* faighte

(b) **(i)**	Rás 200 m: $$y = a(b - x)^c$$ $$y = 4{\cdot}99087(42{\cdot}5 - 23{\cdot}8)^{1{\cdot}81}$$ $$y = 1000$$ Caitheamh na Sleá: $$y = a(x - b)^c$$ $$y = 15{\cdot}9803(58{\cdot}2 - 3{\cdot}8)^{1{\cdot}04}$$ $$y = 1020$$	Scála 10D (0, 2, 5, 8, 10) *Páirtchreidiúint Íseal* • ionadú ábhartha éigin isteach i bhfoirmle amháin *Páirtchreidiúint Mheánach* • luach amháin ar y faighte • ionadú ábhartha éigin isteach sa dá fhoirmle *Páirtchreidiúint Ard* • luach ceart amháin agus ionadú ábhartha éigin isteach sa dara foirmle • úsáid a bhaint as an bhfoirmle mícheart (aon uair amháin)
(ii)	$$y = a(x - b)^c$$ $$1295 = 15{\cdot}9803(x - 3{\cdot}8)^{1{\cdot}04}$$ $$81{\cdot}0373 = (x - 3{\cdot}8)^{1{\cdot}04} = z^{1{\cdot}04}$$ $$\log z = \frac{\log 81{\cdot}0373}{1{\cdot}04}$$ $$z = 68{\cdot}4343 = (x - 3{\cdot}8)$$ $$x = 72{\cdot}2343 = 72{\cdot}23 \text{ m}$$	Scála 5B (0, 2, 5) *Páirtchreidiúint* • ionadú ábhartha éigin isteach i bhfoirmle
(iii)	$$y = a(b - x)^c$$ $$1087 = 0{\cdot}11193(254 - 121{\cdot}84)^c$$ $$\frac{1087}{0{\cdot}11193} = (132{\cdot}16)^c$$ $$\log 9711{\cdot}426 = \text{c} \log 132{\cdot}16$$ $$c = \frac{\log 9711{\cdot}426}{\log 132{\cdot}16} = 1{\cdot}88$$	Scála 10C (0, 3, 7, 10) *Páirtchreidiúint Íseal* • ionadú ábhartha éigin isteach i bhfoirmle *Páirtchreidiúint Ard* • ionadú go hiomlán ceart isteach i bhfoirmle

C9	Réiteach Samplach – 55 Mharc	Nótaí Marcála
(a)(i)	$4, 2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}$ $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ $S_n = \frac{4\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right)}{1-\frac{1}{2}} = 7{\cdot}9375$ $-\frac{1}{2^n} = -\frac{1}{128}$ $n = 7$	Scála 10C (0, 3, 7, 10) *Páirtchreidiúint Íseal* • liostú éigin ar théarmaí • Foirmle S_n *Páirtchreidiúint Ard* • liostú 7 dtéarma chearta go beacht • foirmle ionadaithe go hiomlán
(a) **(ii)**	$S_\infty = \frac{a}{1-r}$ $S_\infty = \frac{4}{1-\frac{1}{2}} = 8$	Scála 10C (0, 3, 7, 10) *Páirtchreidiúint Íseal* • Foirmle S_∞ *Páirtchreidiúint Ard* • foirmle ionadaithe go hiomlán

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Athrú ar x	+4	0	-1	0	$\mathbf{\frac{1}{4}}$	0	$\mathbf{-\frac{1}{16}}$	0	$\mathbf{\frac{1}{64}}$
Athrú ar y	0	2	0	$\mathbf{-\frac{1}{2}}$	0	$\mathbf{\frac{1}{8}}$	0	$\mathbf{-\frac{1}{32}}$	0

(a) (iii)	$S_\infty = \frac{4}{1-\left(-\frac{1}{4}\right)} = 3{\cdot}2 = \frac{16}{5}$ $S_\infty = \frac{2}{1-\left(-\frac{1}{4}\right)} = 1{\cdot}6 = \frac{8}{5}$ $\left(\frac{16}{5}, \frac{8}{5}\right)$ or $(3{\cdot}2, 1{\cdot}6)$	Scála 15D (0, 4, 7, 11, 15) *Páirtchreidiúint Íseal* • 2 iontráil bhreise i gceachtar líne atá ceart *Páirtchreidiúint Mheánach* • ceachtar líne go hiomlán ceart *Páirtchreidiúint Ard* • comhordanáid cheart amháin **Tabhair faoi deara:** - *níor mhór go bhfeicfí $\boldsymbol{S_\infty}$ á úsáid mar is ceart chun níos mó ná Páirtchreidiúint Mheánach a bhaint amach* - *gan $\boldsymbol{S_\infty}$ ní thuilltear ach Páirtchreidiúint Mheánach ar a mhéad*
(b) (i)	G_5 =Baineann, Fireann, Baineann, Baineann, Fireann	Scála 5B (0, 2, 5) *Páirtchreidiúint* • iontráil cheart amháin
(b) (ii)	$G_6 = G_5 + G_4 = 5 + 3 = 8$ $G_7 = G_6 + G_5 = 8 + 5 = 13$	Scála 10C (0, 3, 7, 10) *Páirtchreidiúint Íseal* • $G_6 = G_5 + G_4$ • $G_7 = G_6 + G_5$ • G_7 nó G_6 ceart • 8 agus/nó 13 gan obair *Páirtchreidiúint Ard* • ionadú ceart sa dá cheann

(b) **(iii)**	$$G_3 = \frac{(1+\sqrt{5})^3 - (1-\sqrt{5})^3}{2^3\sqrt{5}} = 2$$ $$(1+\sqrt{5})^3 = \left(1 + 3\sqrt{5} + 3\sqrt{5}^2 + \sqrt{5}^3\right)$$ $$= 16 + 8\sqrt{5}$$ $$(1-\sqrt{5})^3 = \left(1 - 3\sqrt{5} + 3\sqrt{5}^2 - \sqrt{5}^3\right)$$ $$= 16 - 8\sqrt{5}$$ $$G_3 = \frac{6\sqrt{5} + 2\sqrt{5}^3}{8\sqrt{5}}$$ $$= \frac{6 + 2\sqrt{5}^2}{8} = \frac{16}{8} = 2 \quad \text{Q. E. D.}$$	Scála 5B (0, 2, 5) *Páirtchreidiúint* • ionadú ceart éigin • úsáid as an ngarluach do $\sqrt{5}$ • $G_3 = 2$ • iarracht éigin chun ciúbú a dhéanamh **Tabhair faoi deara:** *úsáid as* $\sqrt{5}$ *mar neastachán, fiú má dhéantar é a shlánú go* 2 *ag deireadh na hoibre = Páirtchreidiúint ar a mhéad*

Leathanach Bán